LIBRO DI ARISTARCO SULLE GRANDEZZE E DISTANZE DEL SOLE E DELLA LUNA

CON ALCUNE ESPLICAZIONI DI PAPPO ALESSANDRINO.
TRADOTTO IN LATINO E ILLUSTRATO CON COMMENTARI
DA FEDERICO COMMANDINO
DI URBINO
PESARO, presso Camillo Franceschino
MDLXXII

Introduzione, traduzione e note
di Antonio Mancini

Testo latino a fronte

‘Considerate la vostra semenza:
fatti non foste a viver come bruti,
ma per seguir virtute e canoscenza’.
Li miei compagni fec’io sì acuti,
con questa orazion picciola, al cammino,
ch’a pena poscia li averei tenuti.

Dante, Inf. XXVI

In memoria di Emma Castelnuovo

Ringraziamento

Ringrazio Livia Borghetti, già direttrice della Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele II di Roma per avermi facilitato l’accesso ai testi antichi e Letizia Jengo, docente di matematica, per avermi aiutato nei momenti di difficoltà. Ringrazio inoltre mia moglie Paola per avermi aiutato nella revisione del testo.

INTRODUZIONE

I FEDERICO COMMANDINO E LA DIVULGAZIONE DEGLI ANTICHI SCRITTI DI MATEMATICA

La spinta evolutiva impressa alla società attuale dalla diffusione della tecnologia informatica ricorda la grande accelerazione che l'invenzione della stampa a caratteri mobili di Gutemberg, a metà del quindicesimo secolo, dette alla diffusione delle conoscenze, la quale a sua volta agevolò, alla fine del secolo successivo, la cosiddetta rivoluzione scientifica. Negli ultimi anni del Quattrocento infatti circolavano già molte centinaia di migliaia di libri impressi con la nuova tecnica e tanti letterati, artigiani, militari, architetti e studenti poterono disporre facilmente di testi in passato poco accessibili per la loro rarità, in quanto scritti a mano o prodotti con forme primitive di stampa.

Nel Cinquecento il libro assunse una forma più somigliante a quella moderna; non era più una semplice trasposizione a stampa di un testo scritto a mano, ma ebbe una nuova formattazione: autore, titolo, frontespizio, dedica, privilegio ecc. La potenza della nuova invenzione accrebbe l'interesse per gli scritti antichi di matematica, astronomia, filosofia naturale e numerosi autori dedicarono il loro ingegno alla edizione a stampa di antichi manoscritti. Nel 1482 gli Elementi di Euclide uscirono per la prima volta a Venezia dalla stamperia di Erhardus Ratdolt[1]. Niccolò Fontana di Brescia, più noto col nome di Niccolò Tartaglia, tradusse *"per comune commodo et utilità di latino in volgar"* gli Elementi di Euclide e li pubblicò la prima volta nel 1543 a Venezia[2]. Thomas Gechauff, più noto come Thomas Venatorius, pubblicò a Basilea nel 1544 l'opera omnia di Archimede in greco.[3]

In Italia Federico Commandino pubblicò traduzioni di numerose opere di matematici greci dell'antichità raggiungendo una chiarissima fama.[4] Nacque a Urbino nel 1509 e il clima culturale della città ebbe sicuramente un ruolo importante nello sviluppo intellettuale di Federico; suo padre Giovan Battista era stato l'architetto militare che, su incarico di Francesco Maria I della Rovere, aveva rafforzato le mura di Urbino per adeguarle a resistere alle crescenti artiglierie; suo nonno era stato segretario di Federico da Montefeltro (†1482). Questo principe nel corso della sua vita, oltre all'arte della guerra, aveva coltivato quelle liberali proteggendo artisti e letterati ed aveva creato una biblioteca considerata una delle più illustri. Federico Commandino studiò medicina a Padova concludendo gli studi a Ferrara. Divenne medico personale del cardinale Ranuccio Farnese, cognato del duca di Urbino Guidobaldo della Rovere, ottenendo la sua protezione; durante la sua vita però fu attratto soprattutto dagli studi di matematica e dedicò la sua opera intellettuale alla edizione di testi antichi, traducendoli da manoscritti che, pervenuti attraverso il lunghissimo guado medioevale, erano talora in pessime condizioni, proprio come nel caso del *De Magnitudinibus.*

Nel 1558 pubblicò l'*Archimedis Opera non nulla* che contiene Circuli Dimensio (cum commentariis Eutocii Ascalonitae), De Lineis Spiralibus, Quadratura Paraboles, De Conoidibus, & Sphaeroidibus, De Arenae Numero. Nello stesso anno pubblicò il *Ptolemaei Planisphaerium Iordani Planisferium Ptolemaei Planisphaerium Commentarius,* elaborando un testo del 1536, stampato a Basilea da Johann Walder, che comprendeva varie opere tra le quali appunto il planisfero di Tolomeo, tratto da un manoscritto in latino datato Tholosae Calendis Iunii anno domini MCXLIIII a sua volta versione di un testo in arabo, e il *De planisphaerij figuratione* di Jordanus Nemorarius opera che tratta della proiezione stereografica della volta celeste sul piano equatoriale.

Nel 1562 pubblicò a Roma il *Liber de Analemmate* di Tolomeo, un'opera che tratta di gnomonica, ossia dello studio delle posizioni solari; dalla posizione del sole infatti è possibile ricavare l'ora del luogo, rilevando l'ombra proiettata da un riferimento, il cosiddetto gnomone, su una superficie; lo gnomone più semplice è costituito da un'asta infissa nel terreno che proietta la propria ombra sull'area circostante. E' noto che nella costruzione di orologi solari, chiamati comunemente meridiane, bisogna tener conto che l'ombra dello gnomone varia non solo col passare delle ore, ma anche con la latitudine del luogo e le stagioni; questi diversi parametri dunque debbono essere conosciuti e correttamente impiegati dal progettista. Nel famoso orologio solare della basilica di San Petronio a Bologna, progettato da Egnazio Danti, ricostruito ed ampliato da Gian Domenico Cassini nel 1655, anziché un'ombra, viene proiettato sulla superficie pavimentale un occhio di luce generato da un piccolo foro praticato in un muro perimetrale della chiesa. Orologi solari di tali dimensioni consentono anche di effettuare con grande accuratezza altre misurazioni ricavabili dalla posizione del sole, con le quali si determinano gli equinozi, i punti cardinali, la lunghezza dell'anno tropico ecc. Al libro di Tolomeo il Commandino aggiunge anche un contributo personale per la realizzazione di tali strumenti. L'autore non disponeva di un testo greco e si servì di una traduzione latina a sua volta tratta da un testo in arabo.

Nel 1565 pubblicò il trattato di Archimede sui corpi galleggianti e nello stesso anno il *Liber de centro gravitatis solidorum.* Il Commandino traduttore si consolida come autore; infatti nella dedica al Cardinale Alessandro Farnese si legge che egli esamina la "perdifficilis et perobscura quaestio de centro gravitatis corporum", estende quindi la sua ricerca al baricentro delle figure solide. Solo nel 1908 infatti verrà scoperto a Costantinopoli da Heiberg il palinsesto che conteneva il Metodo sui teoremi meccanici, scritto di Archimede ad Eratostene, nel quale vengono anche determinati i baricentri di alcuni solidi[5]. La definizione di centro di gravità, esposta al principio dell'opera, è attinta dall'ottavo libro delle *Mathematicae Collectiones* di Pappo ed è riportata dal Commandino sia in lingua greca che in versione latina:

"*Dicimus autem centrum grauitatis uniuscuiusque corporis punctum quoddam intra positum, à quo si graue appensum mente concipiatur, dum fertur quiescit; & seruat eam, quam in principio habebat positionem: neque in ipsa latione circumuertitur*". [6]

Nel 1566 pubblicò a Bologna *Apolloni Pergaei Conicorum libri quattuor* e *Sereni Antinsensis philosophi libri duo.*

Ritornato ad Urbino dopo la inaspettata morte nel 1565 del cardinale Ranuccio Farnese, incontrò nel 1570 il londinese Joannis Dee, matematico e cultore di esoterismo, che aveva collaborato alla pubblicazione degli Elementi di Euclide in lingua inglese. Costui disponeva della traduzione latina di un manoscritto in arabo del testo di Euclide sulla divisione delle figure piane, testo che fu pubblicato a Pesaro col nome dei due autori. L'opera, scritta in latino e dedicata a Francesco Maria II della Rovere, fu tradotta anche in italiano da Fulvio Viani: "*or persuadendomi adunque che ella se è piaciuta a V E. ne l'habito latino, non habbia a dispiacerle in questo nostro vulgare*" [7].

Nel 1572 pubblicò *Euclidis Elementorum libri XV*, la sua opera più famosa, su richiesta (rogatu iussuque) di Francesco Maria II della Rovere duca di Urbino, traduzione latina di manoscritti in greco.

Nello stesso anno pubblicò l'*Aristarchi de magnitudinibus et distantiis solis et lunae liber*.

Nel 1575 gli Elementi furono pubblicati anche in italiano e dalla dedica al duca d'Urbino, firmata dal genero Valerio Spacciuoli, apprendiamo che il Commandino ebbe appena il tempo, prima di morire, di vederne l'uscita a stampa. Questa versione in italiano, curata dai suoi scolari sotto la sua supervisione, era stata sollecitata da molti per consentire anche a chi non avesse familiarità con la lingua latina di accedere a quest'opera. Del resto l'autore aveva sempre affermato che l'unico intento della sua vita, ed anche per questo aveva abbandonato la pratica della medicina, era stato quello di venire in aiuto di coloro che volevano dedicarsi agli studi matematici.

Nel 1575 venne anche pubblicato postumo l'*Heronis Alexandrini Spiritalium liber*, un breve opuscolo che tratta di vari congegni pneumatici quali ad esempio i sifoni.

Nel 1588 Guidobaldo dal Monte, suo allievo prediletto, pubblicò le *Matematicae Collectiones* di Pappo con i commentari del Commandino. Edizioni delle sue opere sono continuate nei secoli successivi curate in vari paesi da diversi autori.

II ARISTARCO DI SAMO

Il libro sulle grandezze e distanze del sole e della luna è l’unica opera di Aristarco che ci è pervenuta. Vitruvio, nel primo libro De Architectura, lo annovera tra i sette grandi matematici del passato assieme a Filolao e Archita di Taranto, Apollonio di Perga, Eratostene di Cirene, Archimede e Scopina di Siracusa. Sappiamo che questo matematico e astronomo visse prima di Archimede, che morì nel 212 a.C., perché il grande siracusano dedica a lui alcuni passi del famoso scritto Ψαμμίτης (Psammites ovvero, in versione latina, De arene numero o Arenarius) nel quale si propone di calcolare il numero di granelli di sabbia che possono essere contenuti nell’intero universo. L’opera di Aristarco ci è pervenuta attraverso numerosi manoscritti in lingua greca, il più antico e famoso dei quali è quello contenuto nel cod. Vaticanus Græcus 204 del X sec.[8], ma il Commandino non riferisce a quali fonti abbia attinto per la sua traduzione.

L’impatto che l’opera produce sul lettore è notevole; le ipotesi necessarie alle successive dimostrazioni vengono infatti proposte in forma concisa, immediata ed assiomatica, sorprendenti se si pensa che furono formulate nel 3° secolo a.C. Basandosi su queste ipotesi Aristarco costruisce una teoria credibile atta a valutare dimensioni cosmiche non facilmente quantificabili, anzi comunemente percepite come misteriose, ed apre così la strada ad ulteriori speculazioni. In questo suo breve trattato egli non accenna ad alcuna personale osservazione del cielo e tantomeno si cura di fornire una base probatoria alle sue ipotesi, il suo intento è infatti di dimostrare col ragionamento matematico alcune proposizioni partendo dalle affermazioni assiomatiche iniziali. In sostanza la correttezza della sua teoria è relativa alle ipotesi fatte, le eventuali modifiche quantitative delle stesse comportano una modifica quantitativa delle deduzioni dimostrate e questo fatto merita alcune considerazioni.

Le grandezze e distanze del sole e della luna calcolate da Aristarco non sono vicine a quelle oggi rileviamo. La distanza media del sole dalla terra, ad esempio, è oggi valutata circa 390 volte la distanza media della luna dalla terra e non 18-20 volte, come invece calcola Aristarco, e questo non per difetto della dimostrazione matematica bensì perché l'assunto della quarta ipotesi del De Magnitudinibus, cioè la stima dell'elongazione lunare in quadratura[9] (nell'istante del primo o ultimo quarto), risulta, alle odierne osservazioni tecnicamente avanzate, di 89° 51' e non di 87°; questa differenza, inferiore a 3°, comporta una notevole sottostima della distanza terra-sole[10]. Dobbiamo però considerare il fatto che determinare il momento esatto in cui la luna è al primo od ultimo quarto, per misurarne l'elongazione, non è cosa facile senza una strumentazione di elevata precisione. Ma vi è un'altra obiezione che può essere mossa ad Aristarco: quella di aver errato nella valutazione del diametro lunare pari, secondo lui, a un quindicesimo di un segno zodiacale ossia 2°. Tale misura poteva essere determinata facilmente con maggiore accuratezza anche con semplici mezzi tecnici (basta osservare in quanto tempo il disco lunare attraversa un filo teso), tantoché lo stesso Pappo nel commento alle ipotesi iniziali di Aristarco riferisce che Ipparco valuta l'ampiezza della luna in circa 0°27' e Tolomeo in circa 0°31'. E' evidente che Aristarco non dava rilevante peso all'accuratezza delle misurazioni astronomiche da lui indicate, avendo egli l'intento di esporre un metodo di calcolo che avrebbe potuto essere in seguito utilizzato con accuratezza maggiore. Oggi diremmo che era un teorico e non uno sperimentale.

Thomas Heath[11] fa notare che nell'opera di Aristarco cominciano ad essere già indicate importanti relazioni tra angoli e lati di un triangolo; nella proposizione VII ad esempio egli determina il valore approssimato - tra 1/20 ed 1/8 - della tan 3°. Le ben note funzioni sen α, cos α, tan α etc. saranno esposte in epoche successive, ma è durante l'ellenismo che nasce la trigonometria sferica e piana con il calcolo delle corde di circonferenza in funzione degli angoli al centro che le sottendono.[12]Aristarco è poi soprattutto noto per essere stato uno dei primi sostenitori della teoria eliocentrica in contrapposizione alla teoria geocentrica sostenuta invece dalla maggior parte degli astronomi della sua epoca ed anche delle epoche successive; tuttavia in questa unica opera che di lui ci è pervenuta egli non fa alcuna ipotesi eliocentrica. Abbiamo appreso di questa sua posizione da altri autori ed il primo a darci questa informazione è stato Archimede il quale a questo proposito scrive nello Ψαμμίτης: "*Egli (Aristarco) infatti suppone che sia le stelle fisse che lo stesso sole siano privi di moto, mentre la terra sia trasportata lungo una circonferenza intorno al sole, che è situato al centro del percorso circolare, e che la stessa sfera delle stelle fisse, situata intorno allo stesso centro insieme con il sole, sia di tale grandezza che la circonferenza lungo la quale suppone che terra si muova, stia in rapporto alla distanza delle stelle fisse, come il centro della sfera rispetto alla superficie. Ora però è chiaro che questo non può essere, perché, non avendo il centro della sfera alcuna dimensione, non si può concepire alcun rapporto con la superficie della sfera. Dobbiamo invece ritenere che Aristarco abbia voluto dire questo: poiché noi riteniamo che la terra stia al centro dell'universo, quel rapporto che avrà la terra con quello che noi chiamiamo universo, è uguale al rapporto che la sfera contenente il circolo nel quale egli suppone che la terra giri, ha con la sfera delle stelle fisse.*"[13]

Nel suo breve trattato sulle distanze del sole e della luna non vi è dunque traccia di questa teoria che in verità appare non influente ai fini della metodologia impiegata dall'autore per valutare le distanze del sole e della luna dalla terra. Thomas L. Heath nel suo classico libro su Aristarco[14] ritiene che due possano essere i motivi che spieghino l'assenza dell'ipotesi eliocentrica in questa opera: che l'accoglimento da parte di Aristarco di questa ipotesi sia successiva alla scrittura del libro oppure che questa ipotesi sia ininfluente. Questo secondo motivo sembra più consistente in quanto l'ipotesi eliocentrica è precedente ad Aristarco ed è difficile pensare che egli non l'avesse conosciuta o non l'avesse ancora accettata all'epoca della scrittura del De Magnitudinibus. Copernico riprese, molti secoli dopo Aristarco, la teoria eliocentrica esponendola in maniera convincente ed organica nei *De Revolutionibus Orbium Coelestium Libri VI*. In questo sistema cosmico la terra si comporta come un pianeta ossia come un corpo celeste errante. La posizione eliocentrica di Aristarco, in passato considerato un precursore di Copernico, non può non ricordarci la vexata quaestio se fosse il sole ad orbitare intorno alla terra ovvero il contrario. Il problema non è stato mai tale anche se è stato decritto ed enfatizzato come tale. Copernico aspettò molti anni prima di decidersi a pubblicare i suoi libri e tale ritardo probabilmente fu dovuto non certo alla scarsa convinzione per la propria teoria quanto al fatto che egli sapeva che vi sarebbe stata una forte reazione da parte degli ambienti conservatori.[15] Nella sua dedica al pontefice Paolo III infatti Copernico dice: “ *Affinché sia i dotti come gli incolti vedano che io non sfuggo minimamente il giudizio di alcuno, io ho preferito dedicare questi miei lavori alla Tua Santità piuttosto che ad altri, perché, anche in questo remotissimo angolo della terra in cui mi trovo, sei ritenuto il più eminente per dignità di posizione e per passione verso tutte le lettere come pure verso le matematiche così da poter facilmente reprimere, con la tua autorità e la tua opinione, il morso dei calunniatori, anche se, come dice il proverbio, non c'è rimedio contro il morso di costoro*.”

Quando avvenne la prima edizione nel 1543 egli era in punto di morte e all'opera era stata aggiunta una prefazione che, presentando lo scritto copernicano come pura ipotesi matematica, priva quindi del cosiddetto reale significato fisico, tendeva a ridurre il colpo che l'uscita del libro avrebbe potuto avere sull'opinione dominante. Questa prefazione, in seguito autorevolmente rivelata apocrifa da Keplero, era stata aggiunta da Andreas Hosemann più conosciuto col nome di Osiander, teologo riformato che aveva avuto l'incarico di curare l'edizione da parte di Georg Johachim von Lauchen, professore di matematica, anch'egli più noto col nome latinizzato di Reticus; questi era colui che aveva per lungo tempo sollecitato Copernico a pubblicare l'opera. Ma ha senso dire che la teoria copernicana è solamente un'ipotesi matematica priva di reale contenuto fisico? Se riteniamo che il contenuto fisico consista nella capacità descrittiva e predittiva di eventi controllabili dall'esperienza (il classico φαινόμενα ςώζειν: le teorie debbono “salvaguardare i fenomeni” ossia essere aderenti ai dati osservazionali, in altre parole essere compatibili con le osservazioni sperimentali)[16] allora l'ipotesi copernicana non ne è priva, tanto è che i dati contenuti nel De Revolutionibus furono impiegati nel 1545 per la pubblicazione delle Tabulae Prutenicæ; queste tavole astronomiche furono utilizzate dalla commissione per la riforma del calendario giuliano voluta da papa Gregorio XIII nel 1582. Insomma la teoria copernicana funzionava come strumento pratico.

Il sistema descritto da Tolomeo nell'Almagesto era, tra le cosmologie precopernicane, quello più accreditato; esso descriveva i movimenti dei corpi celesti prendendo la nostra terra come riferimento fisso per la descrizione del loro moto. Le stelle fisse (stellae inerrantes ossia quelle che mantengono inalterate le loro reciproche posizioni), in questa rappresentazione, appaiono muoversi come se fossero appuntate su una sfera celeste ruotante sul proprio asse e da questa trascinate in un giro quotidiano; il moto del sole può essere descritto come se avvenisse lungo un'orbita circolare particolare chiamata eclittica e il moto dei pianeti viene descritto come la risultante di particolari tracciati denominati deferenti ed epicicli. Tuttavia questa teoria, nella formulazione dell'Almagesto, si dimostrava insufficiente per descrivere il moto planetario perché non era coerente con alcune osservazioni astronomiche. Copernico a questo proposito nella dedica a Paolo III afferma: "*Così non nascondo alla Tua Santità che io non sono stato spinto a ragionare in maniera diversa sul modo di calcolare i movimenti delle sfere del mondo da null'altro se non dal fatto che capii che i matematici stessi non hanno opinioni concordi sulla loro esplorazione*".

L'intuizione di Copernico fu quindi di cambiare l'abituale sistema di riferimento terrestre, che un qualsiasi osservatore solidale con la terra assumeva automaticamente e forse inconsapevolmente come unico possibile, e considerare il sole come nuovo riferimento fisso descrivendo così in maniera diversa il moto dei pianeti e della terra rispetto allo stesso. Ne consegue che la terra diviene un pianeta, cosa del tutto accettabile in un ragionamento scientifico, ma evidentemente difficile per il senso comune di allora, quasi che il termine pianeta, più che descrivere un comportamento motorio rispetto ad un riferimento che si ipotizza immobile, fosse offensivo nei confronti della terra e dei suoi abitanti. In sostanza la terra è un pianeta se prendiamo il sole come riferimento per il moto dei corpi celesti, mentre non lo è se la consideriamo fissa ossia essa stessa è il riferimento del moto astrale. Gli algoritmi che descrivono con ottima approssimazione il moto dei pianeti rispetto al riferimento solare sono funzioni elementari, mentre gli algoritmi che descrivono il moto dei pianeti prendendo la terra come riferimento sono più complessi. La teoria di Copernico, che modificava il riferimento immobile e la conseguente nuova descrizione dei moti planetari, conteneva anche erronee asserzioni, come ad esempio il tracciato circolare delle orbite planetarie ed il loro moto uniforme rispetto al riferimento eliocentrico, ma certamente questo non diminuisce la sua importanza. Fu Keplero, dopo qualche decennio, ad apportare alcune modifiche alla teoria copernicana dimostrando che le misurazioni astronomiche sul moto dei pianeti, in un sistema di riferimento eliostatico, depongono per orbite non circolari bensì ellittiche, col sole situato in uno dei fuochi geometrici delle ellissi, e per il moto non uniforme dei pianeti attorno al sole;[17] ma la teoria copernicana, giustamente definita rivoluzionaria perché foriera di importanti sviluppi, ha nei fatti costituito un grande avanzamento nella conoscenza cosmica superando lo stallo millenario.

Aristarco sembra scrivere come se già intuisse il relativismo del moto; le sue proposizioni sono valide tanto in un sistema di riferimento eliocentrico quanto in uno geocentrico, egli si guarda quindi bene dall'introdurre nel suo ragionamento elementi distorsivi, estranei alle ipotesi e ininfluenti sulle proposizioni da dimostrare. Newton esponendo le regulæ philosophandi nel III libro dei Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica – De Mundi Systemate - scriverà molti secoli dopo: Regola I: *Delle cose naturali non si debbono ammettere cause in più di quelle vere e sufficienti a spiegare i loro fenomeni. Dicono appunto i filosofi: la Natura non fa niente invano, e senza ragione sarebbe fare attraverso più cose quello che può esser fatto con meno. La natura infatti è semplice e non si serve in eccesso di cause superflue.*[18]

Colpisce poi in Aristarco l'attitudine al calcolo con grandi numeri utilizzando un sistema di numerazione certamente meno agevole di quello attuale. Nella proposizione XVIII ad esempio egli calcola che il volume della terra rispetto al volume lunare sia compreso tra i rapporti $\frac{1259712}{79507}$ e $\frac{216000}{6859}$. Questi numeri ci appaiono facilmente comprensibili perché nelle traduzioni per le edizioni a stampa sono trascritti con le cifre indo arabiche, usando appunto questa notazione nel nostro sistema decimale tali rapporti, approssimati per difetto alla terza cifra, si possono scrivere semplicemente 15,844 e 31,491. Nei manoscritti in greco viene ovviamente utilizzata l'antica notazione, pertanto questi stessi numeri sono scritti così:[19] [$M^{\rho\kappa\varepsilon}$, θψιβ] che si legge ρ=100, κ= 20, ε=5 mentre M indica che ogni numero è moltiplicato per 10.000 ossia 1.000.000, 200.000, 50.000 seguito da θ=9, ψ=700, ι=10, β=2 ossia in totale 1.000.000 + 200.000 + 50.000 + 9(000) + 700 +10 + 2 = 1.259.712 analogamente [M^{ζ},θφζ] M^{ζ}=70.000, θ=9, φ=500, ζ=7 ossia 70.000+9(000)+500+7=79.507; la comprensibilità di questa notazione è evidentemente meno facile.

A. M.

ARISTARCHI
DE MAGNITVDINIBVS,
ET DISTANTIIS SOLIS,
ET LVNÆ, LIBER

CVM PAPPI ALEXANDRINI
explicationibus quibuſdam.

A' FEDERICO COMMANDINO
Vrbinate in latinum conuerſus, ac
commentarijs illuſtratus.

Cum Priuilegio Pont. Max. In annos X.

PISAVRI, Apud Camillum Franciſchinum.
M D L X X I I.

Libro di Aristarco
sulle Grandezze e Distanze
del Sole e della Luna
con alcune esplicazioni di Pappo Alessandrino.
Tradotto in Latino e
Illustrato con commentari
da Federico Commandino
Di Urbino

Con Privilegio del Sommo Pontefice
Per X Anni.

PESARO, Presso Camillo Franceschino

M D L X X I I

ILL.$^{\text{MO}}$ AC NOBILISS.$^{\text{MO}}$

ALDERANO CIBO MALASPINÆ CARRARIÆ MARCHIONI.

POST Euclidis elementa typis excuſa, in quorum quidem editione, rogatu iuſſuq; FRANCISCI MARIAE Principis Illuſtriſsimi ſuſcepta, cui ego & otium, & ſtudia omnia deuoui mea, induſtriæ atque laboris plurimum impendi, non inepte me facturum exiſtimaui, Clariſsime ALDERANE, ſi alium mox libellum planè aureum, ac vetuſtiſsimum, à præſtantiſsimoq; philoſopho Ariſtarcho de Solis & Lunæ magnitudine, ac diſtantia conſcriptum, diuulgandum proponerem. qui mihi tum ob argumenti præſtantiam & dignitatem, tum ob ſingularem auctoris ſolertiam, ac diuinam propè ingenij fœlicitatem viſus eſt non indignus, qui à tot annorum ſitu, & ſqualore reuiuiſcens in doctiſsimorum hominum, &

All' ILLUSTRISSIMO E NOBILISSIMO ALDERANO CIBO MALASPINA MARCHESE DI CARRARA

Dopo la stampa degli Elementi di Euclide, alla edizione dei quali io ho devoluto veramente moltissimo impegno e fatica, curata per desiderio ed ordine di FRANCESCO MARIA principe illustrissimo, sacrificandovi il mio tempo libero ed ogni mia occupazione, ho ritenuto, Chiarissimo ALDERANO, di non sbagliare proponendomi adesso di divulgare un altro piccolo libro preziosissimo e molto antico, scritto dall'insigne filosofo Aristarco sulla grandezza e distanza del sole e della luna, il quale, sia per l'importanza e dignità dell'argomento, che per la singolare abilità dell'autore e per la felicità quasi divina del suo ingegno, mi è sembrato non immeritevole di pervenire nelle mani degli uomini di scienza e in specie dei matematici, rinascendo dalla polvere e *præſertim mathematicorum manus perueniret. Verumenimuero male cum ipſo actum eſt. vel enim temporum, vel librariorum, vel amborum potius iniuria, & inſcitia tam miſere labefactatus, turpiterq; deformatus fuit, (quod ſanè malum in omnes paulo vetuſtiores libros magno doctorum incommodo & iactura latius ſerpſit) vt mihi nunc, qui eius ulcera ſanaui, maculasq; abſterſi, & meis in ipſum conſcriptis commentarijs exornaui, ſtudij fortaſſe & vigilantiæ non minus ponendum fuerit in hoc opere, quàm ipſe ab initio poſuerit Ariſtarchus. Hunc igitur mea induſtria in priſtinum nitorem reſtitutum, & perpolitum, latinitateq; donatum, vnà cum Pappi Alexandrini explicationibus quibuſdam, ſub tui Illuſtriſsimi nominis tutela, & patrocinio in lucem prodire volui, tum vt mei perpetui erga te amoris, atque obſeruantiæ ſpecimen hoc eſſet, cum nulla alia ratione, quanti te faciam, quantumq; in præſtantiſsima natura, eximioq;, ac ſingulari ingenio confidam tuo, declarare nunc liceat; tum vt tu, qui, ſummo loco natus, in magno generis*

ſplendore,

dall'abbandono di tanti anni.

Questo libro però è stato trattato veramente male. Infatti vuoi per i danni del tempo, vuoi dei copisti, o meglio di entrambi come pure per incompetenza, è stato tanto miseramente danneggiato e obbrobriosamente deformato, (male che in verità si è diffuso in misura molto larga in tutti i libri anche non molto antichi con grande incomodo e danno degli studiosi), che forse, adesso che ho sanato le sua piaghe, pulito le sue macchie e che lo ho adornato dei miei commentari ad esso allegati, non sono stati posti da parte mia in quest'opera minor studio e attenzione di quanto lo stesso Aristarco ne abbia posti all'inizio.

Ho voluto dunque che questo libro, restituito al primitivo splendore, ripulito e donato per opera mia alla lingua latina insieme con alcune esplicazioni di Pappo di Alessandria, venisse alla luce sotto la tutela ed il patrocinio del tuo *Illustrissimo nome, sia affinché questo fosse un esempio del mio perpetuo affetto ed ossequio verso di te, poiché mi sia consentito adesso manifestare, senza alcun altro interesse, quanto ti stimi e quanto confidi nella tua natura eccellente e nel tuo ingegno esimio e singolare, sia affinché tu, nato in* ſplendore, & maiorum gloria, opibus, dignitate, gratia circumfluens, & virtutum omnium, atque artium optimarum miro incenſus ardore, in quibus & tua ſponte, & ſtudio, ſingulariq́; conſtantia adeo proceſſiſti, vt nihil non amplum, non ſummum, non glorioſum de te ſperandum ſit, mathematicas diſciplinas, quarum te incredibili deſiderio flagrare noui, hac ratione habeas quàm commendatiſſimas, & magno præſidio tuearis. Inſignem autem, & egregium mathematicum fuiſſe Ariſtarchum, non ſcripta eius tantum aperte teſtantur, in quibus tametſi alia methodo, alijſq́; poſitionibus nixus, atque Hipparchus, & Ptolemæus eadem in re vſi fuerint, ſcientiam ſempiternorum corporum, nobiliſſimam illam quidem, & vehementer expetendam, longiſſime tamen à communi hominum ſenſu poſitam, egregie, vt temporibus illis, aſſecutus fuit, & luculenter explicauit; ſed ipſius etiam Archimedis in libro de Arenæ numero teſtimonium ampliſſimum, & locupletiſſimum. neque enim vir ille Diuinus Ariſtarchum tot in locis laudaſſet, niſi homi-

posizione altissima, in grande splendore di famiglia, circondato da atavica gloria, ricchezza, dignità, grazia e infiammato da mirabile ardore per tutte le virtù e le scienze nelle quali per tua volontà ed impegno e per singolare costanza sei a tal punto avanzato che da te non si può sperare nulla che non sia grande, sommo, glorioso, abbia per questo motivo in grande considerazione e protegga con grande forza le discipline matematiche per le quali io so che tu ardi con incredibile passione. Che Aristarco fosse poi un matematico insigne ed egregio non soltanto lo attestano apertamente i suoi scritti, nei quali egli, sebbene con altro metodo e poggiando su ipotesi diverse, intese e spiegò, egregiamente e ampiamente per quei tempi, la scienza dei corpi eterni, materia in cui sia Ipparco che Tolomeo saranno esperti, pur essa nobilissima e da ricercarsi fortemente, tuttavia così lontana dal senso comune degli uomini, ma anche lo testimonia in modo molto rilevante ed autorevole il libro di Archimede De Arenae numero.[20] *Quell'uomo divino infatti non avrebbe lodato in tanti passi Aristarco se la sua dottrina non fosse* *nis doctrina ſibi ſpectata, probataq; fuiſſet. Adde quod Sami ortum teſtificatur; quæ inſula, vrbsq; olim Pythagoram tulerat omnium liberalium artium uel repertorem, uel certe doctorem præſtantiſſimum, ac mathematicis ita deditum, ut, cum in Geometria noui quiddam inueniſſet, muſis bouem immolaſſe dicatur. Hunc inprimis ab Ariſtarcho magiſtrum ſibi lectum credi facile poteſt: etenim viri laudis amantes ciuium ſuorum, quorum nomen celebre uident, ueſtigijs ad gloriam alacriùs incedunt. Accipe igitur hoc à me munuſculum, & perfruere, Commandini tui non immemor, qui unice colit & obſeruat. Vale.*

Federicus Commandinus.

stata conosciuta e approvata da lui stesso.

Per di più attesta di essere nato a Samo; la quale isola e città aveva avuto in passato Pitagora, inventore di tutte le arti liberali come pure maestro capacissimo e così devoto alle matematiche, che si dice che quando avesse scoperto qualcosa di nuovo in Geometria immolasse un bue alle muse. E' facilmente credibile che questi sia stato scelto soprattutto da Aristarco come suo maestro: infatti gli uomini amanti della lode dei propri concittadini, dei quali vedono celebre il nome, incedono più alacremente verso la gloria.

Accogli dunque questo mio piccolo dono e godilo ricordandoti del tuo Commandino, che ti onora ed ossequia in maniera straordinaria. Stai bene.

Federico Commandino

ARISTARCHI
LIBER
DE MAGNITVDINIBVS, ET DISTANTIIS SOLIS, ET LVNAE,

VNA CVM PAPPI ALEXANDRINI.

Et Federici Commandini Commentarijs.

POSITIONES.

1 *LVNAM à Sole lumen accipere.*

2 *Terram puncti, ac centri habere rationem ad ſphæram lunę.*

3 *Cum luna dimidiata nobis apparet, uergere in noſtrũ viſum circulum maximum, qui lunæ opacũ, & ſplendidum determinat.*

4 *Cum luna dimidiata nobis apparet, tunc eam à ſole diſtare minus quadrante, quadrãtis parte trigeſima.*

Libro di Aristarco sulle Grandezze e Distanze del Sole e della Luna
insieme ai commentari
di Pappo Alessandrino e
di Federico Commandino

IPOTESI.

1. *La luna riceve la luce dal sole.*
2. *La terra è un punto ed il centro rispetto alla sfera della luna*[21].
3. *Nel momento in cui la luna ci appare divisa a metà, il circolo massimo che divide la parte splendente della luna da quella in ombra è diretto verso il nostro sguardo*[22].
4. *Quando la luna ci appare divisa a metà in quel momento la sua distanza dal sole è di un quadrante diminuito della sua trentesima parte.*

5 *vmbræ latitudinem eſſe duarum lunarũ.*

6 *Lunam ſubtendere quintam decimam partem ſigni.*

Itaque colligitur, Diſtantiam ſolis à terra, maiorem quidem eſſe, quàm duodeuigintuplam diſtãtiæ lunę; minorem vero quàm vigintuplam, ex poſitione, quæ eſt circa dimidiatam lunam: et eandẽ proportionem habere ſolis diametrum ad diametrum lunę. Solis autem diametrum ad diametrum terrę maiorem quidem proportionem habere, quã 19 ad 3; minorem vero quàm 43 ad 6, ex ratione diſtantiarum, & poſitione circa vmbram, & ex eo quòd luna quintam decimam ſigni partem ſubtendit.

Pappus in ſexto libro collectionum Mathematicarum.

Ariſtarchus, inquit, in libro de magnitudinibus, et diſtãtijs lis & lunę ſex ponit, nẽpe hęc, Primũ, lunam à ſole lumen accipere. ſecundum, terram puncti ac centri habere rationem ad ſphęram lunę. Tertium, cum luna dimidiata nobis apparet, vergere in noſtrum viſum circulum maximum, qui lunę opacum, & ſplendidum determinat. Quartum, cum luna dimidiata nobis apparet, tunc ipſam à ſole diſtare minus quadrante, quadrantis parte trigeſima pro eo, quod eſt diſtare partes octaginta ſeptem, hę enim minores ſunt, quàm nonaginta partes quadrãtis, partibus tribus, quae ſunt trigeſima pars nonaginta. Quintum, vmbrae latitudinem eſſe duarum lunarum. Sextum, lunam ſubtendere quintam decimam partem ſigni.

Harum

5. *L'ampiezza dell'ombra è di due lune.*
6. *La luna sottende la quindicesima parte di un segno zodiacale.*

Da ciò si ricava che la distanza del sole dalla terra è certamente diciotto volte più grande della distanza della luna, ma anche minore di venti, per l'ipotesi che vi è sulla mezzaluna, e che la stessa proporzione vi è tra il diametro del sole e quello della luna. Ma ancora che il diametro del sole ha un rapporto rispetto al diametro della terra certamente maggiore di 19 a 3 ma minore di 43 a 6, a causa del rapporto delle distanze, per l'ipotesi sull'ombra e per il fatto che la luna sottende la quindicesima parte di un segno zodiacale.

Pappo nel sesto libro delle Matematicae Collectiones

Aristarco, nel libro sulle grandezze e distanze del sole e della luna fa proprio queste sei ipotesi:

1. che la luna riceva luce dal sole
2. che la terra sia un punto ed il centro rispetto alla sfera della luna
3. che quando la luna ci appare divisa a metà il circolo massimo che divide la parte splendente da quella in ombra si diriga verso il nostro sguardo
4. che quando la luna ci appare divisa a metà allora essa sia distante dal sole un quadrante meno la sua trentesima parte, cioè disti ottantasette parti, queste in effetti differiscono di tre parti, che sono la trentesima parte di novanta, da novanta parti di quadrante
5. che la grandezza dell'ombra[23] sia di due lune
6. che la luna sottenda la quindicesima parte di un segno zodiacale.

Harum autem poſitionum, prima quidem, tertia & quarta ferè cum Hipparchi & Ptolemęi poſitionibus conſentiunt; luna enim à ſole ſemper illuminatur, pręterquàm in ecclipſi: quo tempore lucis expers fit, incidens in vmbram, quam ſol oppoſitus à terra iacit, conicam formam habẽtem, & circulus determinans lacteum, quod eſt ex illuminatione ſolis, & cineritium, qui proprius lunę color eſt, haud differens à maximo circulo in dimidiatis ad ſolem conſtitutionibus, quàm proxime ad quadrantem in zodiaco conſpectum, ad viſum noſtrum vergit. hoc enim circuli planum, ſi producatur etiam per viſum noſtrum tranſibit, quamcumque poſitionem habeat luna primę, vel ſecundę dimidiatę apparitionis. reliquas autem poſitiones diſcrepantes comperierunt dicti mathematici, propterea quòd neque terra puncti, ac centri rationem habeat ad lunę ſphęram, ſecundum ipſos, ſed ad ſphęram inerrantium ſtellarum. neque vmbrę latitudo ſit duarum diametrorum lunae: neque ipſius lunę diameter ſubtendat circumferentiam maximi circuli, ſecundum mediam eius diſtantiam, quintam decimam partem ſigni, videlicet partes duas. Hipparcho enim diameter lunę circulum hunc ſexcenties & quinquagies metitur: & circulum vmbrę metitur bis & ſemis ſecundum mediam diſtantiam in coniunctionibus. At Ptolomęo diameter ipſius lunę ſecundum maximam quidem diſtantiam ſubtendit circumferentiam 0. 31. 20. ſecundum minimam vero 0. 35. 20. Et diameter circuli vmbrę ſecundum maximam lunae diſtantiam 0. 45. 38. ſecundum minimam. 0. 46. Vnde ipſi differentes rationes tum diſtantiarum tum magnitudinum ſolis & lunę collegerunt. Ariſtarchus enim dictas poſitiones ſecutus ad verbum ita ſcribit.

Itaque colligitur diſtantiam ſolis à terra maio- ,,
rem quidem eſſe, quàm duodeuigintuplam diſtan- ,,
tiæ lunæ; minorem vero, quàm vigintuplam: & ,,

Orbene la prima, la terza e la quarta di queste ipotesi concordano quasi del tutto con le ipotesi di Ipparco e di Tolomeo; la luna infatti è sempre illuminata dal sole, tranne che durante un’ eclissi: in quel tempo diventa priva di luce, cadendo nell’ombra conica che il sole in opposizione lancia dalla terra, ed il circolo che delimita la porzione lattea, provocata dall’’illuminazione solare, dalla porzione cinerea, che è colore proprio della luna, si dirige verso il nostro sguardo, per nulla differendo dal circolo massimo della luna nelle fasi dicotomiche per la sua posizione rispetto al sole, osservato nello zodiaco quanto più vicino possibile ad un quadrante. Infatti questo piano del circolo, se prolungato passerà anche per il nostro punto di osservazione, qualunque sia la posizione della luna allorché appare divisa a metà, cioè al primo o all’ultimo quarto. I suddetti matematici però non concordarono con le rimanenti ipotesi, in quanto secondo loro la terra può essere considerata un punto ed il centro rispetto non alla sfera della luna bensì alla sfera delle stelle fisse, né l’ampiezza dell’ombra[24] è due volte il diametro lunare, né il diametro della luna stessa si estende sulla circonferenza zodiacale, alla sua distanza media, per la quindicesima parte di un segno, cioè a dire due parti[25]. Secondo Ipparco infatti il diametro della luna è contenuto seicentocinquanta volte in questo circolo e due volte e mezzo nel circolo dell’ombra[26] allorché nelle congiunzioni si trova a distanza media. Secondo Tolomeo invece il diametro della stessa luna sottende un’arco di 0.31.20 alla distanza massima e di 0.35.20 alla minima e il diametro del circolo dell’ombra di 0.45.38[27] alla massima distanza e di 0.46 alla minima. Da qui costoro calcolarono differenti rapporti sia delle distanze sia delle grandezze del sole e della luna. Aristarco poi appoggiandosi su queste ipotesi scrive testualmente:

Perciò si conclude che la distanza del sole dalla terra è maggiore della distanza della luna di ben diciotto volte, ma sicuramente minore di venti volte e che la stessa

,, eandem proportionem habere ſolis diametrum ad
,, diametrum lunæ. quod habetur ex poſitione, quæ
,, eſt circa dimidiatam lunam. ſolis autem diametrũ
,, ad diametrũ terrę in maiori proportione eſſe, quàm
,, 19 ad 3, & in minori, quàm 43 ad 6, ex ratione di
,, ſtantiarum, & poſitione circa vmbram, & ex eo
,, quòd luna quintamdecimam ſigni partem ſub-
,, tendit.

Colligitur inquit, vt deinceps, velut qui hęc paulo poſt demonſtraturus ſit, lemmata ad demonſtrationes vtilia pręmittens. Ex quibus omnibus concludit, ſolem ad terram maiorẽ quidem proportionem habere, quàm 6859 ad 27; minorẽ vero, quàm 79507 ad 216. Terrae diametrum ad diametrum lunę in maiori proportione eſſe, quàm 108 ad 43; & minori, quàm 60 ad 19. Terram vero ad lunam in maiori eſſe proportione, quàm 1259712 ad 79507; & minori, quàm 216000 ad 6859. At Ptolemęus in quinto libro magnae conſtructionis demonſtrauit quarum partium ſemidiameter terrae eſt unius, earum lunae maximam diſtantiam in coniunctionibus eſſe 64. 10. & ſolis 1210. ſemidiametrũ lunae 0. 17. 33. & ſemidiametrum ſolis 5. 30. ergo quarum partium diameter lunae eſt unius, earum diameter quidem terrę eſt $3\frac{2}{5}$ *: ſolis autem* $18\frac{4}{5}$. *terrae igitur diameter tripla eſt diametri lunae, & adhuc duabus quintis maior. ſolis diameter diametri quidem lunae duodeuigintupla eſt, & adhuc maior quattuor quintis: diameter autem terrae quintupla, & adhuc dimidio maior. Ex quibus & ſolidorũ corporum proportiones manifeſtę ſunt. Quoniam enim cubus vnius eſt 1, cubus aũt* $3\frac{2}{5}$ *eſt earũdẽ* $39\frac{1}{4}$ *ꝓximè; et cubus* $18\frac{4}{5}$ *ſimiliter* $6644\frac{1}{2}$ *proximè: quarum partiũ lunae ſolida magnitudo eſt unius, earum magnitudo terrae erit* $39\frac{1}{4}$*; & ſolis* $6644\frac{1}{2}$. *Quare magnitudo ſolis centies & ſeptuagies proximè terrae magnitudinem continet.*

&

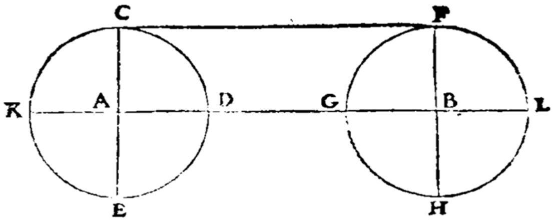
proporzione vi è tra il diametro del sole e quello della luna, cosa che deriva dall’ipotesi fatta sulla luna in dicotomia. Che il diametro del sole sia poi rispetto al diametro della terra in rapporto maggiore di 19 a 3 e minore di 43 a 6 deriva dal rapporto delle distanze, dall’ipotesi sull’ombra e dal fatto che la luna sottende la quindicesima parte di un segno zodiacale. *Dice “si conclude”, come colui che, premettendo i lemmi utili alle dimostrazioni, si accinge successivamente a dimostrare queste cose di lì’ a poco. Da tutto ciò conclude che certamente il sole rispetto alla terra ha una dimensione maggiore di 6859 a 27 ma minore di 79507 a 216; che il diametro della terra rispetto al diametro della luna ha un rapporto maggiore di 108 a 43 e minore di 60 a 19; che la terra rispetto alla luna ha un rapporto maggiore di 1259712 a 79507 e minore di 216000 a 6859.*

Ma Tolomeo nel quinto libro delle Magnae Constructiones[28] *dimostrò che, preso come unità il semidiametro terrestre, la massima distanza della luna nelle congiunzioni è di 64.10 e del sole di 1210, che il semidiametro della luna è 0.17.33*[29] *e il semidiametro del sole è 5.30*[30]*. Conseguentemente, preso come unità il diametro della luna, il diametro della terra è di 3+ 2/5, quello del sole è invece di 18+4/5. Il diametro della terra è dunque tre volte il diametro della luna più due quinti. Il diametro del sole è allora diciotto volte il diametro della luna più quattro quinti e cinque volte e mezza il diametro della terra*[31]*. Da ciò divengono chiari i rapporti tra i solidi. Poiché infatti il cubo di uno è 1 allora il cubo di 3+2/5 è vicinissimo a 39+1/4 e il cubo di 18+4/5 similmente è vicinissimo a 6644+1/2: preso come unità il volume lunare la grandezza della terra sarà 39+1/4 e quella del sole di 6644+1/2. Per la qual cosa la grandezza del sole contiene la grandezza della terra circa centosettanta volte.*

& hęc hactenus dicta ſint, comparationis cauſa dictarum magnitudinum, & diſtantiarum.

PROPOSITIO. I.

Duas ſphæras, æquales quidem idem cylindrus comprehendit, inæquales vero idem conus, verticem habens ad minorem ſphæram: & per centrum ipſarum ducta recta linea perpendicularis eſt ad vtrumque circulorum, in quibus cylindri, vel coni ſuperficies ſphęras contingit.



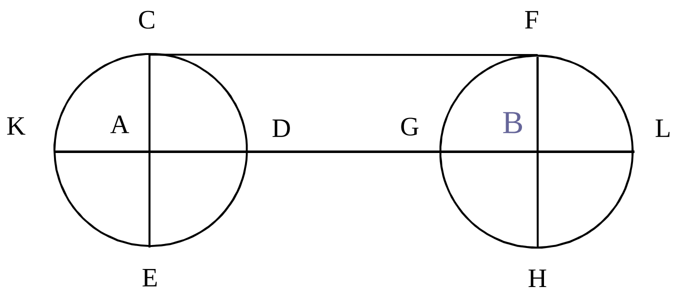
Sint æquales ſphæræ, quarum centra A B: iun-
ctaque A B producatur: & per ipſam AB produca
tur planum, quod faciet ſectiones in ſphęris maxi- A
mos circulos. Itaque faciat circulos CDE FGH: at
que à punctis A B ipſi AB lineæ ad rectos angulos
ducãtur CAE FBH: & CF iungatur. Quoniã igi-
tur CA FB & æquales ſunt, & parallelæ, erunt & C
F AB æquales, & parallelæ; eritque CFAB paralle
logrammum: & anguli qui ad CF recti. ergo recta B C

linea

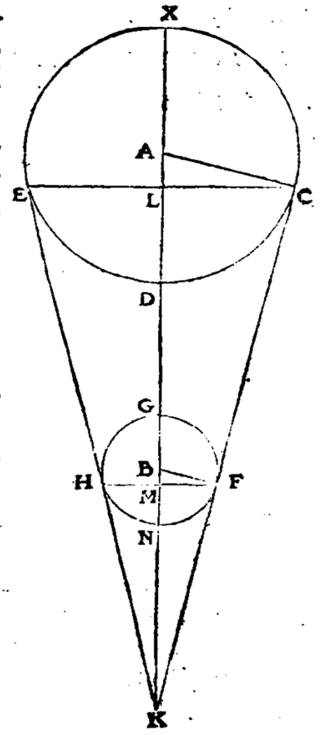
ed è quanto sino ad ora si possa dire comparando dette grandezze e distanze.

PROPOSIZIONE I.

Un cilindro contiene due sfere eguali, un cono invece contiene due sfere disuguali col vertice rivolto verso la minore ed una retta condotta attraverso il loro centro è perpendicolare ad entrambi i circoli nei quali le superfici del cilindro o del cono sono tangenti alle sfere.



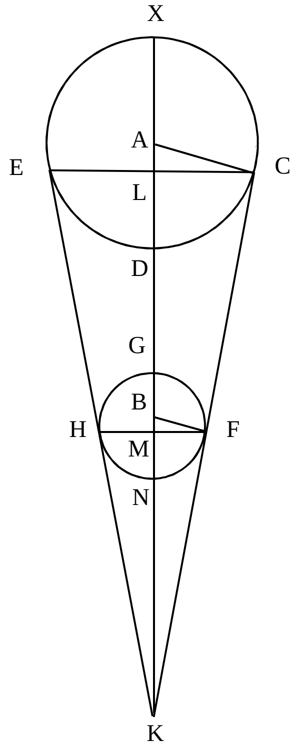
Si considerino due sfere eguali e siano A e B i loro centri: si congiunga A con B e si prolunghi: un piano fatto passare per AB taglierà le sfere secondo circoli massimi.[A] Siano CDE ed FGH questi circoli e dai punti A e B siano condotte linee perpendicolari alla stessa AB: CAE ed FBH[32]; si congiunga C con F. Poiché dunque CA ed FB sono eguali e parallele, CF ed AB saranno eguali e parallele; CFAB sarà allora un parallelogramma: quindi gli angoli saranno retti rispetto a CF[B]. Dunque la linea CF sarà linea CF circulos CDE, FGH continget. ſi autem AB manente parallelogrammum AF,& KCD GFL ſemicirculi conuertantur, quouſque rurſus reſtituā tur in eūdem locum, à quo moueri cœperunt: ſemicirculi quidem KCD, GFL ferentur in ſphæris, **D** parallelogrammum vero AF cylindrum efficiet, cuius baſes erūt circuli circa diametros CE FH, recti exiſtētes ad ipſam AB: propterea quòd in omni conuerſione CE FH ad ipſam AB rectæ permanent. Et perſpicuum eſt ſuperficiem ipſius contiugere ſphęras, quoniā CF in omni conuerſione ſemicirculos KCD GFL contingit.



Sint rurſus ſphæræ inæquales, quarū centra A B, & ſit maior, cuius centrum A. Dico dictas ſphęras eundem conum comprehendere, qui verticem habeat ad minorem, ſphæram. Iungatur AB, & per ipſam producatur planum, quod faciet ſectiones ĩ ſphęris circulos. **E** faciat circulos CDE FGH. circulus igitur CDE maior eſt circulo FGH. ergo & quæ ex centro circuli CDE maior erit ea, quæ ex centro **F** circuli FGH. fieri igitur poteſt, vt ſumatur aliquod pun

punctum

tangente ai circoli CDE ed FGH[C]. Se ora tenendo fisso AB si ruotassero sia il parallelogramma AF che i semicerchi KCD, GFL fino a quando fossero di nuovo riportati nella stessa posizione dalla quale cominciarono a muoversi, i semicerchi KCD e GFL si muoverebbero lungo le sfere, il parallelogramma AF genererebbe un cilindro [D] le basi del quale saranno i circoli intorno ai diametri CE ed FH, che sono retti rispetto ad AB per il fatto che ad ogni rotazione sia CE che FH rimangono retti alla stessa AB ed è chiaro che la superficie del cilindro è tangente alle sfere poiché CF ad ogni rotazione è tangente ai semicerchi KCD e GFL. Si considerino nuovamente due sfere disuguali, delle quali A e B siano i centri, e la maggiore abbia centro in A. Affermo che le suddette sfere sono comprese in uno stesso cono avente il vertice in direzione della sfera minore. Si congiunga A con B, e per la stessa si conduca un piano il quale sezionerà le sfere secondo circoli[E]. Questi siano CDE e FGH. Allora il circolo CDE sarà maggiore del circolo FGH. Quindi il raggio di CDE sarà maggiore del raggio di FGH. E' allora possibile individuare un certo punto



punctum, velut K, ita vt quam proportionem habet
quę ex centro circuli CDE ad eam, quæ ex centro
circuli FGH, eandem habeat AK ad KB. ſumatur, &
ſit K: ducaturque KF tangens circulum FGH: & FB
iungatur. Deinde per A ipſi BF parallela ducatur A
C, & iũgatur CF. Quoniam igitur eſt, vt AK ad KB,
ita AD ad BN; atque eſt AD quidem æqualis ipſi A
C; BN vero ipſi BF: erit vt AK ad KB, ita AC ad B G
F: eſtque AC parallela ipſi BF. recta igitur linea eſt H K
CFK. ſed angulus KFB rectus eſt. ergo & rectus KC L
A; ac propterea KC circulum CDE contingit. ducã
tur CL FM ad ipſam AM perpendiculares. Si igitur
manẽte KX ſemicirculi XCD GFN, & triãgula KCL
KFM conuertãtur, quouſque rurſus reſtituantur in
eundem locum, à quo moueri cœperunt, ſemicircu-
li quidem XCD GFN in ſphæris ferentur; triangu- M
la vero KCL KFM conos efficient, quorum baſes
ſunt circuli circa diametros CE FH, recti exiſtẽtes
ad KL axem, & eorum centra L M. coni uero ſphęra
rum contingent ſuperficies, quoniam & KFC in om
ni conuerſione ſemicirculos XCD GFN contingit.

FED. COMMANDINVS.

Quod faciet ſectiones in ſphæris maximos circu- A
los] *Ex primam propoſitione ſphęricorum Theodoſii.*

Et anguli qui ad CF recti] *Ex 34. primi. Eucl. paral* B
lelogrãmorũ enim locorũ anguli, qui ex oppoſito ęquales ſũt
e tſũt recti qui ad A B anguli. ergo et qui ad C F recti erũt.

Ergo recta linea CF circulos CDE FGH contin C
get] *Ex 16 tertij libri elementorum.*

Parallelogrammum vero AF cylindrum efficiet] D
Ex 21 diffinitione vndecimi libri elementorum.

.

K[33,F] tale che il raggio del cerchio CDE stia al raggio del circolo FGH come AK stia ad KB, e preso così K si conduca la tangente KF al cerchio FGH e si congiunga F con B. Poi da A si conduca AC parallela proprio a BF e si congiunga C con F. Poiché dunque come AK sta a KB così AD sta a BN; ma AD è certamente uguale ad AC e BN a BF, come AK sta a KB così AC sta a BF ed AC è parallela proprio a BF. Allora la linea CFK é retta[G], ma l'angolo KFB è retto[H], dunque è retto anche KCA[K] e di conseguenza KC è tangente al circolo CDE[L], si conducano CL ed FM perpendicolari proprio ad AM. Se dunque, tenendo ferma KX, si facessero ruotare i semicircoli XCD e GFN e i triangoli KCL e KFM fino a quando fossero ritornati nella stessa posizione di partenza, allora i semicircoli XCD e GFN si muoveranno lungo le sfere, i triangoli KCL e KFM evidentemente genereranno dei coni[M] le basi dei quali sono i circoli attorno ai diametri CE ed FH che sono retti rispetto all'asse KL ed i centri dei quali sono L ed M e allora i coni saranno tangenti alla superficie delle sfere, poiché anche KFC è tangente ai semicircoli XCD e GFN lungo tutta la rotazione.

Federico Commandino

A. Taglierà le sfere secondo circoli massimi: *dalla prima proposizione della Sphaerica di Teodosio.*

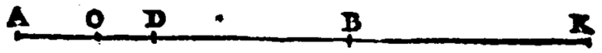
B. Quindi gli angoli saranno retti rispetto a CF: *dalla proposizione 34 del primo libro degli Elementi di Euclide, infatti gli angoli opposti dei parallelogrammi sono uguali e poiché quelli rispetto ad AB sono retti , allora anche quelli rispetto a CF sono retti.*

C. Dunque la linea retta CF è tangente ai cerchi CDE e FGH: *dalla 16° proposizione del terzo libro degli Elementi.*

D. Allora il parallelogramma AF genererà un cilindro: *dalla 21° definizione dell'undicesimo libro degli Elementi.*

E Quod faciet ſectiones in ſphæris circulos] *Ex prima ſphęricorum Theodoſii.*

F Fieri igitur poteſt, vt ſumatur aliquod punctum, velut K, ita ut H] *Illud autem punctum hoc modo inueniemus. Ducatur ſeorſum ea, quae ex centro circuli maioris C*



DE, ſitq́; AD: & ex ipſa AD abſcindatur AO aequalis ei, quae ex centro minoris circuli: fiatq́; vt DO ad OA, ita AB ad aliam, quae ſit BK. erit enim componendo, vt DA ad AO, hoc eſt ut quae ex centro circuli maioris ad eam quę ex centro minoris, ita AK ad KB.

G Recta igitur linea eſt CFK] *Hoc eſt ſi à puncto C ad K ducatur recta linea, tranſibit ea per F. quod nos demonſtrauimus in commentarijs in decimam propoſitionem libri Archimedis de ijs, quae in aqua vehuntur, lemmate primo.*

H Sed angulus KFB rectus eſt,] *Ex 18 tertij elementorum.*

K Ergo & rectus KCA] *Ex 29 primi elementorum.*

L Ac propterea KC circulum CDE contingit] *Ex 17 tertij elementorum.*

M Triangula vero KCL KFM conos efficiunt] *Ex 18 diffinitione vndecimi libri elementorum.*

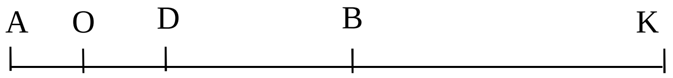
PROPOSITIO. II.

Si ſphæra illuminetur à maiori ſphęra, maior eius pars, quàm ſit dimidia ſphæra, illuminabitur.

Sphæra

E. Il quale sezionerà le sfere secondo circoli: *dalla prima proposizione della Sphaerica di Teodosio.*

F. E’ allora possibile assumere un certo punto K così che H: *troveremo quel punto in questo modo. Si tracci a parte il raggio del circolo maggiore CDE e lo si chiami AD: sulla stessa AD si riporti AO eguale al raggio del circolo minore: e DO stia ad OA come AB ad un altro che sia BK. Componendo*[34] *sarà infatti come DA sta ad AO, cioè come il raggio del circolo maggiore al raggio del circolo minore, così AK starà a KB.*



G. Allora la linea CFK è retta: *cioè se dal punto C conduciamo una retta al punto K, questa passerà per F. Questo noi lo abbiamo dimostrato nei commentari alla decima proposizione del libro di Archimede ”De ijs quae in aqua vehuntur*[35]*”, al primo lemma.*

H. Ma l’angolo KFB è retto: *dalla 18° proposizione del terzo libro degli Elementi.*

K. Dunque è retto anche KCA: *dalla 29° proposizione del primo libro degli Elementi.*

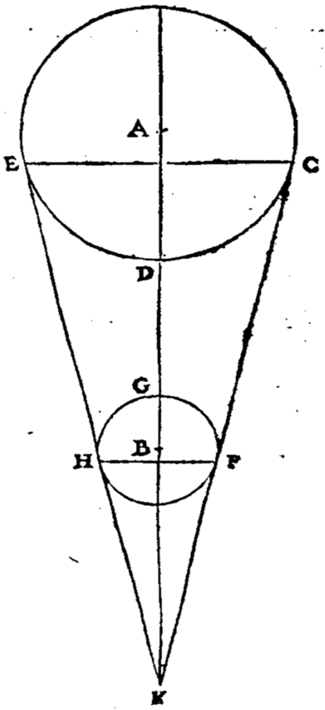
L. E di conseguenza KC è tangente al circolo CDE: *dalla 17° proposizione del terzo libro degli Elementi.*

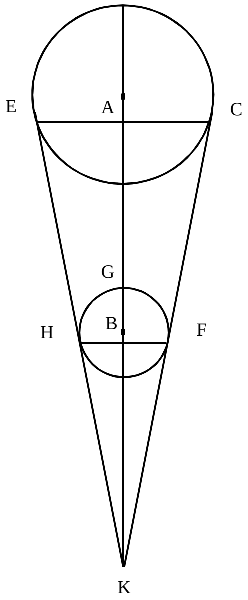
M. I triangoli KCL e KFM evidentemente genereranno dei coni: *dalla 18° definizione dell’undicesimo libro degli Elementi.*

PROPOSIZIONE II

Se una sfera viene illuminata da una sfera più grande, sarà illuminata una porzione maggiore della sua emisfera.

Sphæra enim, cuius centrum B à maiori ſphęra, cuius cẽtrũ A illuminetur. Dico partem ſphęrę illuminatã, cuius cẽtrũ B dimidia ſphæra maiorẽ eſſe. Qm̃ enim duas inæquales ſphęras idem conus comprehendit, verticẽ habẽs ad minorem ſphæram: ſit conus ſphæras comprehẽdẽs; & per axẽ planum producatur faciet illud ſectiones in ſphęris quidẽ circulos, in cono autem triangulum. Itaq; faciat in ſphæris circulos CDE FGH; & in cono triãgulũ CEK. manifeſtum eſt portionẽ ſphęrę, quæ eſt ad FGH circũferentiã, cuius baſis circulus circa dĩametrũ FH, partẽ eſſe illuminatã à portione, quæ eſt ad circumferentiam CDE, cuius baſis circulus circa diametrũ CE, rectus exiſtẽs ad ipſam AB. etenim FGH circũferẽtia à circũferentia CDE illuminatur; quòd extremi radij ſunt CF EH: atque eſt in proportione FGH centrum ſphæræ B. Quare pars ſphęrę illuminata, dimidia ſphæra maior erit.





Si consideri una sfera con centro in B illuminata dalla sfera maggiore con centro in A. Dico che la porzione illuminata della sfera con centro in B è maggiore della sua emisfera. Poiché un cono può contenere due sfere ineguali avendo il vertice rivolto verso la sfera minore si consideri pure il cono contenente le sfere; e si conduca un piano attraverso il suo asse, che [A] taglierà le sfere in circoli e il cono evidentemente in un triangolo[B] . E così darà origine nelle sfere ai cerchi CDE FGH e nel cono al triangolo CEK. E' manifesto che la porzione di sfera relativa alla circonferenza FGH, la cui base è il cerchio con diametro FH, è la parte illuminata dalla porzione di sfera, che è relativa alla circonferenza CDE, la cui base è il cerchio con diametro CE che è retto rispetto alla stessa AB. Infatti la circonferenza FGH è illuminata dalla circonferenza CDE in quanto CF ed EH sono i raggi estremi: e B è il centro della sfera contenuta nell'arco FGH. Per la qual cosa la parte della sfera illuminata sarà maggiore della sua emisfera.

FED. COMMANDINVS.

A Faciet illud ſectiones in ſphæris quidem circulos]*Ex 1. ſphæricorum Theodoſii. vt ſuperius dictum eſt.*

B In cono autem triangulum]*Ex 3 propoſitione primi libri conicorum Apollonij.*

PROPOSITIO. III.

In luna minimus circulus determinat opacum, & ſplendidum, quando conus ſolem, & lunam comprehendens ad viſum noſtrũ verticem habeat.

Sit noſter quidem viſus ad A; ſolis centrum B; centrum vero lunæ, quando conus ſolem & lunam cõprehendens ad viſum noſtrum verticem habent, ſit C: quando autem non habeat ſit D. manifeſtum eſt puncta ACB in eadem recta linea eſſe. producatur **A** per AB & D planum; quod faciet ſectiones in ſphęris quidem circulos; inconis autem rectas lineas. faciat etiam in ſphæra, per quam fertur centrum lunæ **B** circulum CD. ergo A eſt ipſius centrum; hoc enim ponitur. In ſole autem faciat circulum EFR:& in luna quando conus ſolem, & lunam comprehendens ad viſum noſtrum verticem habeat, circulum HKL; quando autem non habeat, MNX. At in conis rectas lineas EA, AG, PO, OR: & axes AB **C** BO. Quoniam igitur eſt, vt quæ ex centro circuli EFG ad eam, quæ ex centro circuli HKL, ita quæ ex cẽtro circuli EFG ad eam, quę ex cẽtro circuli MNX. Sed

A. Che evidentemente taglierà le sfere in circoli: *dal 1° libro della Sphaerica di Teodosio, come è stato detto più sopra.*

B. E il cono in un triangolo: *dalla 3° proposizione del primo libro delle Coniche di Apollonio.*

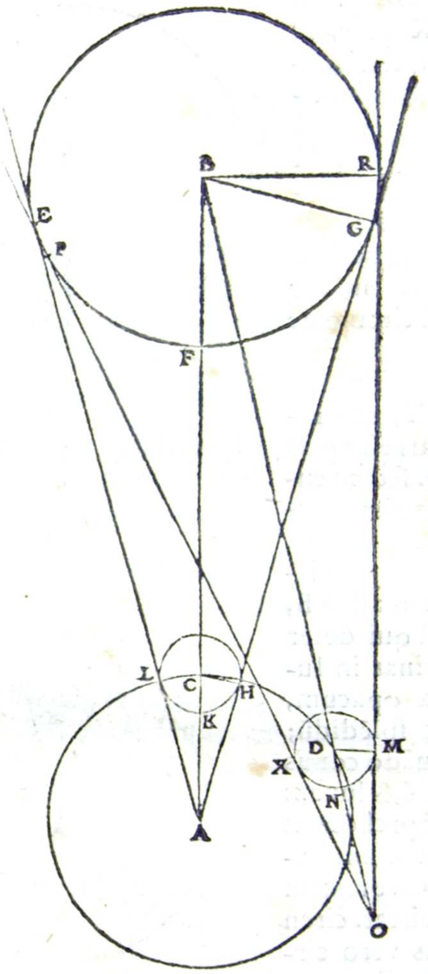
C.

PROPOSIZIONE III

Sulla luna il circolo che delimita la porzione luminosa dalla quella oscura è minimo allorché il cono che comprende il sole e la luna ha il vertice nel nostro punto di vista

Sia in A il nostro punto di osservazione, in B sia il centro del sole, mentre in C sia il centro della luna, allorché il cono che comprende il sole e la luna ha il vertice nel nostro sguardo; quando invece non lo abbia sia in D. E' manifesto che i punti ACB si trovano sulla stessa linea retta. Si conduca un piano passante per AB e D il quale darà luogo sulle sfere a sezioni circolari e sui coni a sezioni rettilinee[A.]. Produrrà altresì sulla sfera sulla quale si sposta il centro lunare il cerchio CD, allora A è il centro dello stesso; questo infatti si era posto per ipotesi[B]. Sul sole poi produrrà il circolo EFR e sulla luna il circolo HKL allorché il cono che comprende il sole e la luna abbia il vertice nel nostro punto di osservazione; quando non lo abbia produrrà MNX. Ma sui coni produrrà le linee rette EA, AG, PO, OR e gli assi AB, BO. Poiché dunque come il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio HKL, così il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio MNX[C].

Sed vt quæ ex centro circuli EFG ad eã, quæ ex cẽtro circuli HKL, ita BA ad AC. vt aũt quæ ex cẽtro circuli EFG ad eã, quę ex centro circuli MNX, ita BO ad OD. & vt igitur BA ad AC, ita BO ad OD: & diuidendo vt BC ad CA, ita BD ad DO: permutandoque vt BC ad BD, ita CA ad DO. atque eſt BC minor quàm BD: eſt enim A ipſius CD circuli cẽtrũ. ergo & CA minor eſt, quàm DO. eſtque circulus HKL ęqualis circulo MNX

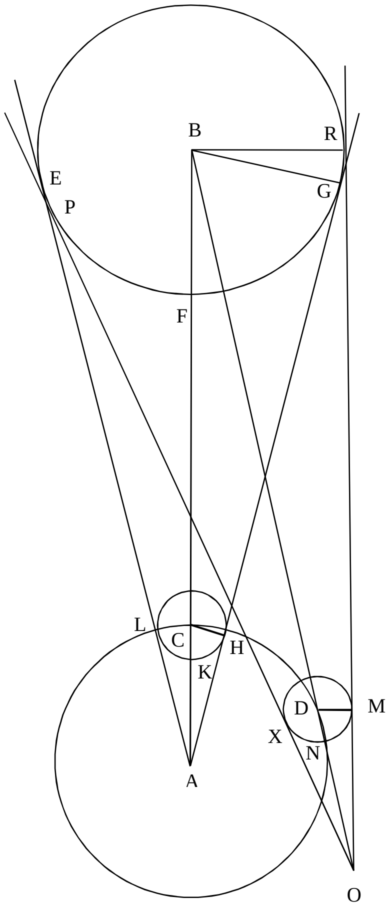


D

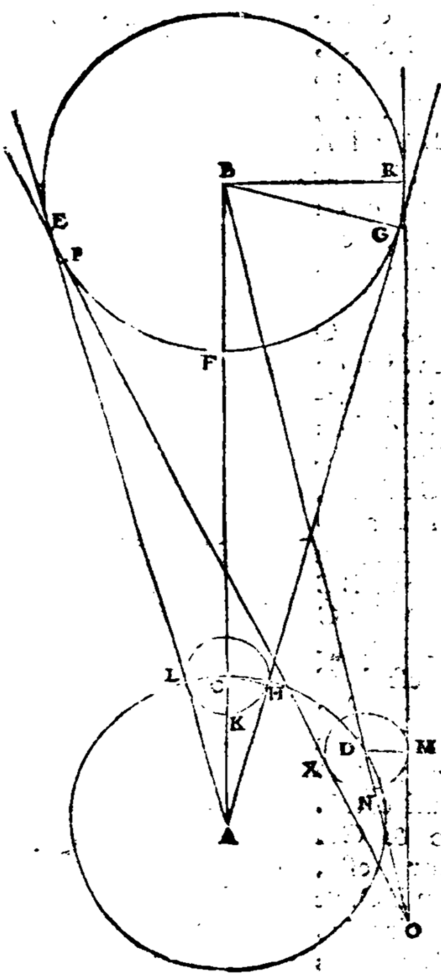
E

F

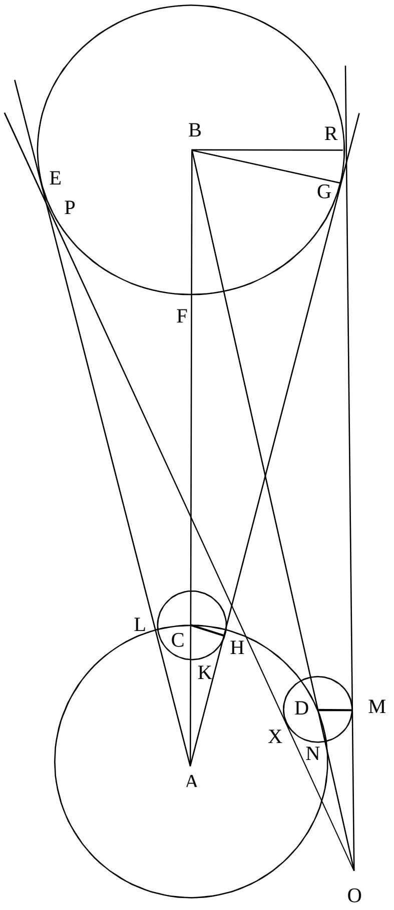
Ma come il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio HKL, così BA sta ad AC[D]; come pure il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio MNX, così BO sta ad OD. Come dunque BA sta ad AC così BO sta ad OD[E] e dividendo come BC sta a CA così BD sta a DO e permutando come BC sta a BD, così CA sta a DO. Ma BC è minore di BD[F]: infatti A è pure il centro del cerchio CD, quindi anche CA è minore di DO ed il circolo HKL è eguale al circolo MNX



G minor igitur eſt HL, quàm MX propter lemma. Quare & circulus, qui circa diametrũ HL deſcribitur, rectus exiſtẽs ad ipsã A B minor eſt circulo deſcripto circa diametrũ MX, qui rectus eſt ad BO. ſed circulus circa diametrum HL, rectus exiſtens ad AB, eſt qui determinat in luna opacum, & ſplẽdidũ; quãdo conus ſolẽ, & lunam cõprehẽdens ad viſum noſtrũ verticem habeat. circulus vero circa diametrũ



dunque HL è minore di MX per il lemma[G]. Per la qual cosa anche il cerchio che si descrive intorno al diametro HL, che è retto rispetto alla stessa AB, è minore del circolo descritto intorno al diametro MX, che è retto rispetto ad OB, ma il cerchio intorno al diametro HL retto rispetto ad AB è quello che sulla luna divide la parte illuminata da quella in ombra, allorché il cono che contiene il sole e la luna ha il vertice nel nostro punto di vista, invece il cerchio intorno al diametro



MX, rectus exiſtens ad BO,in luna opacum, & ſplẽdidum determinat, quando conus ſolem, & lunã comprehendens verticem non habeat ad noſtrum viſũ. minor igitur circulus determinat in luna opacum, & ſplendidum,quando conus ſolem & lunam comprehendens ad viſum noſtrum verticẽ habeat.

FED. COMMANDINVS.

A In conis autem rectas lineas] *Faciet enim triangula Ex 3. primi libri conicorum Apollonij.*

B Hoc enim ponitur] *Ex poſitione ſecunda huius. ponitur enim terram puncti, ac centri habere rationem ad ſphęram lunę.*

C Quouiam igitur eſt vt quæ ex centro circuli EFG ad eam quæ ex centro circuli HKL,ita quę ex cẽtro circuli EFG ad eam,quæ ex centro circuli MNX] *Ex 7. quinti elemen. eadem ad aequales eandem habet proportionem.*

D Sed vt quæ ex centro circuli EFG ad eam,quæ ex centro circuli HKL,ita BA ad AC] *Iungatur enim CH & ꝑ B ipſi CH parallela ducatur BG. erit triangulũ ABG ſimile triangulo ACH. quare vt GB ad BA,ita HC ad CA ex 4. ſexti: & permutando vt GB ad HC quae ſunt ex centro circulorũ EFG HKL,ita BA ad AC. & ſimiliter demõſtrabitur, vt quae ex centro circuli EFG ad eam, quae ex centro circuli MNX,ita eſſe BO ad OD.*

E Et vt igitur BA ad AC,ita BQ ad OD] *Ex 11 quinti elementorum*

F Atque eſt BC minor, quàm BD] *Ex 8 tertij elementorum.*

G Minor igitur eſt & vt HL,quàm MX propter lemma.] *Vbi hoc lemma ſit, nondum comperi, ſed tamen illud*

idem

MX, retto rispetto a BO divide sulla luna la zona opaca da quella in luce allorché il cono che comprende il sole e la luna non ha il vertice nel nostro punto di osservazione. Dunque sulla luna il cerchio che divide la parte splendente da quella oscura è minore quando il cono che comprende il sole e la luna ha il vertice nel nostro punto di osservazione.

Federico Commandino

A. E sui coni a sezioni rettilinee: *darà infatti origine a dei triangoli: dalla 3° proposizione del primo libro delle Coniche di Apollonio.*

B. Questo infatti si era posto per ipotesi: *dalla seconda ipotesi di questo libro, si è supposto infatti che la terra stesse in relazione di punto e di centro con la sfera della luna.*

C. Poiché dunque come il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio HKL, così il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio MNX: *dalla 7° proposizione del quinto libro degli Elementi: una grandezza rispetto a grandezze eguali sta nello stesso rapporto.*

D. Ma come il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio HKL, così BA sta ad AC: *si congiunga infatti C con H e attraverso B si conduca BG parallela alla stessa CH, il triangolo ABG sarà simile al triangolo ACH. Perciò come GB sta a BA così HC sta a CA per la 4° proposizione del sesto libro e permutando come GB sta ad HC che sono i raggi dei cerchi EFG e HKL, così BA sta ad HC e similmente si dimostra, come il raggio del cerchio EFG sta al raggio del cerchio MNX, così BO sta ad OD.*

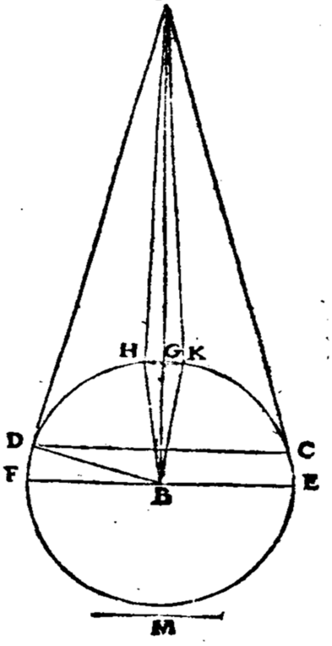
E. Come dunque BA sta ad ad AC così BO sta ad OD: *dalla 11° proposizione del quinto libro degli Elementi.*

F. Ma BC è minore di BD: *dalla 8° proposizione del terzo libro degli Elementi.*

G. Dunque HL è minore di MX per il lemma: *dove si trovi questo lemma non l’ho mai appurato, ma tuttavia quello stesso viene* *idem in 24 propoſitione perſpectiuę Euclidis demonſtratur. Quoniam enim AC minor eſt, quàm OD, oculo poſito in A minus de corpore lunę cernetur, quàm eo poſito in O. ergo iũctis HL, MX, erit HL minor ipſa MX.*

PROPOSITIO. IIII.

Circulus in luna opacum, & ſplendidum determinãs non differt à maximo in ipſa circulo, quatenus ad ſenſum attinet.



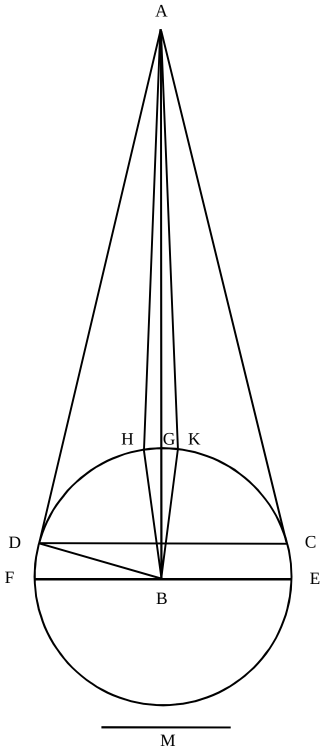
Sit noſter quidẽ viſus ad A, lunę vero centrum B; & iũcta AB per ipſam planũ producatur, quod faciet ſectionem in ſphęra maximũ circulum. faciat circulum ECD F: & in cono rectas lineas AC AD D C. Circulus igitur circa diametrũ CD rectus exiſtẽs ad ipſam AB, eſt qui in luna opacũ, & ſpendidũ determinat. Dico eum non differre à maximo cir

culo,

dimostrato nella 24° proposizione della Prospettiva di Euclide. Poiché infatti AC è minore di OD, con l'occhio posto in A si osserva una porzione minore del corpo lunare che con l'occhio posto in O; dunque dopo aver congiunto H con L ed M con X, HL sarà minore dello stesso MX.

PROPOSIZIONE IV

Il cerchio che sulla luna delimita la parte in ombra da quella splendente non differisce da quello massimo in modo tale da essere percepito dai nostri sensi.

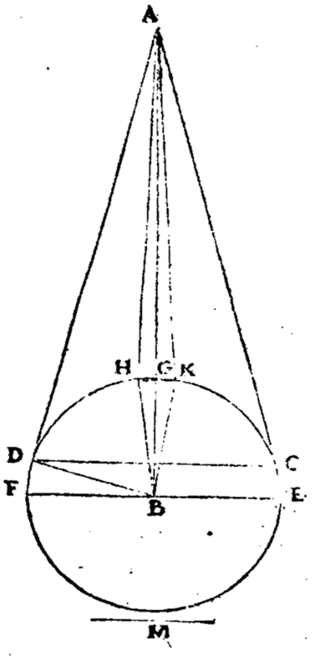


Il nostro punto di osservazione sia in A, mentre B sia il centro lunare, e uniti A con B, si faccia passare per questa retta un piano che taglierà la sfera secondo un circolo massimo che sia ECDF ed il cono secondo le linee rette AC, AD, DC. Il cerchio attorno al diametro CD, che è retto rispetto alla stessa AB, è allora quello che sulla luna divide la parte oscura da quella che splende. Affermo che questo non differisce dal massimo circolo in maniera sensibile.

culo,quatenus ad ſenſum attinet.ducatur enim per
B ipſi CD parallela EF ; & ponatur circumferentiæ
DF dimidia vtraque ipſarum GK GH, & KB BH
KA AH BD iungantur. Itaque quoniam poſitum
eſt lunam ſubtendere quintamdecimam partem ſigni,
angulus CAD conſiſtet in quintadecima ſigni
parte.quinta decima autem ſigni pars,totius Zodiaci
eſt pars centeſima,& octogeſima.quare CAD angulus
in centeſima & octageſima parte totius Zodiaci
conſiſtet, ideoque erit quattuor rectorũ pars
cẽteſima & octogeſima; hoc eſt quadrageſima quinta
pars vnius recti.eſtque eius dimidius BAD angulus.
angulus igitur BAD eſt dimidij recti pars quadrageſima
quinta. Et quoniam rectus eſt angulus A
ADB,habebit BAD angulus ad dimidiũ recti maiorem
proportionem,quàm BD ad DA. quare BD B
minor eſt, quàm pars quadrageſima quinta ipſius
DA;ac propterea BG ipſius BA multo minor erit, C
quàm quadrageſima quinta pars.& diuidendo BG
ipſius GA minor,quàm pars quadrageſima quarta. D
ergo & BH multo minor eſt,quàm pars quadrageſima
quarta ipſius HA.atque habet BH ad HA maiorem E
proportionem, quàm angulus BAH ad ABH angulum,
angulus igitur BAH anguli ABH minor F
eſt,quàm quadrageſima quarta pars. eſtque ipſius
quidem BAH duplus angulus KAH; ipſius vero
ABH duplus angulus KBH. ergo angulus KAH G
minor eſt,quàm quadrageſima quarta pars ipſius
KBH. Sed angulus KBH eſt æqualis angulo DBF, H
hoc eſt angulo CDB,hoc eſt angulo BAD.angulus K L
igitur KAH anguli BAD minor eſt,quã quadrageſima
quarta pars. At angulus BAD eſt quadrageſima
quinta pars dimidij recti, hoc eſt vnius recti

pars

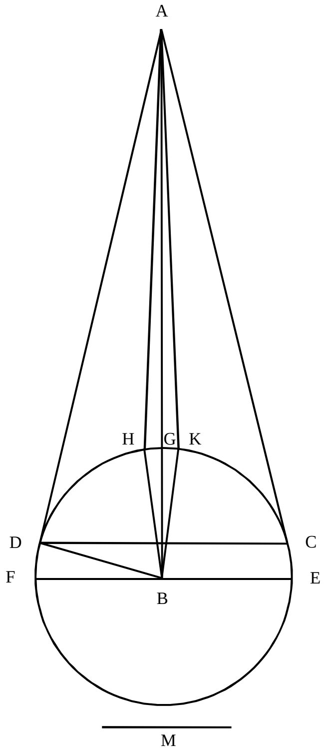
Si conduca dunque, attraverso B, EF parallela allo stesso CD e GH e GK siano metà dell’arco DF e si congiungano KB, BH, KA, AH, BD. Allora poiché si è supposto che la luna sottenda la quindicesima parte di un segno zodiacale, l’angolo CAD sarà la sua quindicesima parte, ma la quindicesima parte di un segno zodiacale è centottantesima parte dell’intero zodiaco, così che l’angolo CAD è la centottantesima parte dell’intero zodiaco e perciò sarà la centottantesima parte di quattro angoli retti, cioè la quarantacinquesima parte di un angolo retto, ma l’angolo BAD è la sua metà, quindi l’angolo BAD è la quarantacinquesima parte di mezzo angolo retto e poiché l’angolo ADB è retto, l’angolo BAD rispetto alla metà di un angolo retto avrà un rapporto maggiore di quello di BD rispetto a DA[A], per la qual cosa BD è minore della quarantacinquesima parte dello stesso DA[B]; di conseguenza BG è molto più piccolo della quarantacinquesima parte dello stesso BA[C] e, dividendo, BG è molto minore dello quarantaquattresima parte dello stesso GA , dunque anche BH è molto più piccolo della quarantaquattresima parte dello stesso HA[D], e BH rispetto ad HA ha un rapporto maggiore di quello dell’angolo BAH rispetto all’angolo ABH[E], dunque l’angolo BAH è più piccolo della quarantaquattresima parte dell’angolo ABH[F], e l’angolo KAH è senza dubbio il doppio dell’angolo BAH, ma anche l’angolo KBH è il doppio proprio dell’angolo ABH, dunque l’angolo KAH è minore della quarantaquattresima parte dello stesso angolo KBH[G]. Ma l’angolo KBH è uguale all’angolo DBF[H] cioè all’angolo CDB[K], cioè all’angolo BAD[L]. Dunque l’angolo KAH è minore della quarantaquattresima parte dell’angolo BAD. Ma l’angolo BAD è la quarantacinquesima parte di mezzo angolo retto cioè la pars nonageſima. ergo angulus KAH minor eſt, quàm recti pars 3960. magnitudo aũt ſpectata ſub tãtulo angulo inſẽſilis eſt noſtro viſui. atque eſt KH circumferẽtia ęqualis circumferẽtię DF. ergo DF noſtro viſui adhuc magis inſẽſilis eſt. M ſi enim iungatur AF angulus FAD minor erit angulo KAH. quare punctũ D videbitur idem eſſe, quod F: & ſimili ratione C idem videbitur, quod E; ac propterea CD, quatenus ad ſenſum attinet non differt ab ipſa EF. circulus igitur determinans in luna opacum, & ſplẽdidum, quatenus ad ſenſum attinet à maximo circulo non differt.



FED. COMMANDINVS.

A Et quoniam rectus eſt angulus ADB, habebit BAD angulus ad dimidium recti maiorem proportionem, quàm BD ad DA] *Deſcribatur ſeorſum triangu*

lum

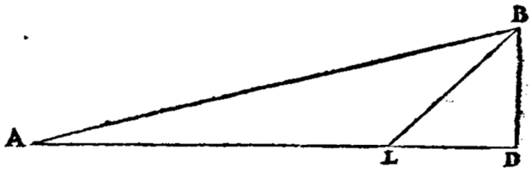


novantesima parte di un angolo retto, dunque l’angolo KAH è minore della 3960ª parte di un angolo retto, ma certamente una grandezza osservata sotto un angolo così piccolo è insensibile ai nostri occhi. Ma l’arco KH eguaglia l’arco DF, quindi DF è del tutto insensibile alla nostra osservazione. Se infatti si congiunge A con F[M], l’angolo FAD sarà minore dell’angolo KAH per la qual cosa il punto D apparirà coincidere con F; per la stessa ragione anche C sembrerà coincidere con E; perciò CD non differisce sensibilmente dalla stessa EF. Dunque il circolo che sulla luna separa la parte opaca da quella splendente non differisce sensibilmente da un circolo massimo.

Federico Commandino

A. E poiché l’angolo ADB è retto, l’angolo BAD avrà un rapporto maggiore rispetto alla metà di un angolo retto di quello di BD rispetto a DA: *si disegni a parte il triangolo ABD e sulla stessa DA*

lum ADB, & ab ipſa DA abſcindatur DL aequalis DB, &
BL iungatur. erunt trianguli BLD, anguli DBL DLB inter 5. primi.
ſe aequales. & cum angulus ad D ſit rectus, vterque ipſorũ 32. primi.
recti dimidius erit. Itaque duo triangula rectangula ſunt A



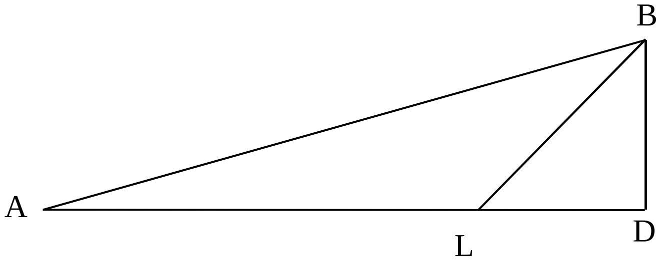
BD, LBD, quorum anguli ad D recti, trianguli vero ABD latus BD eſt commune triangulo LDB, & latus AB maius latere LB. ergo ex iјs, quae nos demonſtrauimus in commentarijs in librum Archimedis de numero arenę, angulus BLD ad angulũ BAD maiorẽ quidem proportionẽ habet, quàm BA latus ad latus BL, minorem vero, quàm latus AD ad latus DL. quare conuertendo ex 26 quinti elementorum, quã nos addidimus ex Pappo, angulus BAD ad angulum BLD, hoc eſt ad dimidium recti maiorem proportionem habet, quã latus DL, hoc eſt BD ipſi aequale, ad latus DA. 7. quinti.

B Quare BD minor eſt, quàm pars quadrageſima quinta ipſius DA] *Sit enim, vt angulus BAD ad dimidiũ recti, ita quępiã recta linea, in qua M ad ipſam DA, erit M quadrageſima quinta pars ipſius DA, & habebit ad DA maiorem proportionem, quàm BD ad DA. ergo BD minor eſt, quàm M;* 10. quinti. *ac propterea minor, quàm pars quadrageſima quinta ipſius DA.*

C Ac propterea BG ipſius BA multo minor erit, quàm quadrageſima quinta pars] *Eſt enim BG aequalis ipſi BD, & BA maior quàm AD, cum maiori angulo ſubtendatur.*

D Ergo BH multo minor eſt, quàm pars quadra-

si prenda DL eguale a DB e si congiunga B con L; gli angoli DBL e DLB del triangolo BLD saranno eguali tra loro e poiché l'angolo in



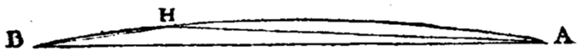
D è retto, essi stessi saranno ciascuno la metà di un angolo retto e così ABD e LBD sono due triangoli rettangoli con angoli retti in D; il lato BD del triangolo ABD è poi comune al triangolo LDB, ed il lato AB è maggiore del lato LB. Dunque per ciò che abbiamo dimostrato nei commentari al libro di Archimede sul numero dei granelli di sabbia, l'angolo BLD rispetto all'angolo BAD ha certamente un rapporto maggiore di quello tra lato BA e il lato BL, però minore di quello tra il lato AD e il lato DL. Per la qual cosa, invertendo, dalla 26° proposizione del quinto libro degli Elementi, che noi abbiamo aggiunto da Pappo, l'angolo BAD rispetto all'angolo BLD, cioè alla metà di un angolo retto, ha un rapporto maggiore di quello del lato DL, cioè BD eguale allo stesso, rispetto al lato DA. *7° prop. del quinto l.*

B. Per la qual cosa BD è minore della quarantacinquesima parte dello stesso DA. *infatti, come l'angolo BAD sta alla metà di un angolo retto, così esisterà una qualche linea retta, nella quale M rispetto alla stessa DA, sarà la quarantacinquesima parte della stessa DA, e avrà rispetto a DA un rapporto maggiore, di quello di BD rispetto a DA. Dunque BD* *10° prop. del quinto l.* *è minore di M; e perciò minore della quarantacinquesima parte dello stesso DA .*

C. Di conseguenza BG è molto più piccolo della quarantacinquesima parte dello stesso BA: *infatti BG è uguale proprio a BD, e BA è maggiore di AD, perché è sottesa da un angolo maggiore.*

D. Dunque anche BH è molto minore della quarantaquattresima parte geſima quarta ipſius HA.] *Nam BH eſt aequalis ipſi BG; HA vero maior, quàm GA, ex 8 tertij elemen.*

E Atque habet BH ad HA maiorem proportionē, quàm angulus BAH ad ABH angulum] *Deſcribatur circa triangulum ABH circulus AHB, habebit recta linea AH ad rectam HB minorem proportionem, quàm circumferentia AH ad HB circumferentiam, ex demonſtratis à Ptolemęo in principio magnę conſtructionis. vt autem circumferentia AH ad circumferentiã HB, ita angulus ABH ad BAH angulum. recta igitur linea AH ad rectam HB minorem habet proportionem, quàm angulus ABH ad angulũ BAH. quare conuertendò ex 26 quinti, recta linea BH ad rectã HA maiorem proportionem habebit, quàm angulus BAH ad ABH angulum.*



Vlt. sexti.

11. quinti.

F Angulus igitur BAH anguli ABH minor eſt, quàm quadrageſima quarta pars] *Immo vero multo minor.*

G Ergo angulus KAH minor eſt, quàm quadrageſima quarta pars ipſius KBH] *Ex 15 quinti elemen.*

H Sed angulus KBH eſt æqualis angulo DBF] *Ita enim ponitur.*

K Hoc eſt angulo CDB] *Ex 29 primi elementorum.*

L Hoc eſt angulo BAD] *Ex 8 ſexti elementorum.*

M Si enim iungatur BF, angulus FAD minor erit angulo KAH]

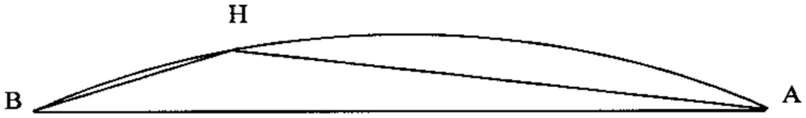
PAPPVS IN EODEM LOCO.

Deſcribemus autem vnum lemma ex ijs, quae traduntur

in

dello stesso *HA: infatti BH è uguale proprio a BG; HA allora è maggiore di GA dalla 8° proposizione del terzo libro degli Elementi.*

E. BH rispetto ad HA ha un rapporto maggiore di quello dell’angolo BAH rispetto all’angolo ABH: *Si descriva il cerchio*



AHB intorno al triangolo ABH,la linea retta AH avrà rispetto alla retta HB una proporzione minore che la circonferenza AH rispetto alla circonferenza HB come fu dimostrato da Tolomeo all’inizio del Liber Magnæ Costructionis. Come poi l’arco AH sta all’arco HB, così l’angolo ABH sta all’angolo BAH$^{\text{ultima del 6° l.}}$. *Dunque la linea retta AH ha rispetto alla retta HB una proporzione minore, come l’angolo ABH rispetto all’angolo BAH* $^{\textit{31 del 5° l.}}$. *Per la qual cosa convertendo secondo la proposizione 26 del quinto libro, la linea retta BH ha una proporzione minore rispetto alla retta HA come l’angolo BAH rispetto all angolo ABH.*

F. Dunque l’angolo BAH è più piccolo della quarantaquattresima parte dell’angolo ABH: *certamente molto minore.*

G. Dunque l’angolo KAH è minore della quarantaquattresima parte dello stesso angolo KBH: *dalla 15° proposizione del quinto libro degli Elementi*.

H. Ma l’angolo KBH è uguale all’angolo DBF: *così infatti si è ipotizzato.*

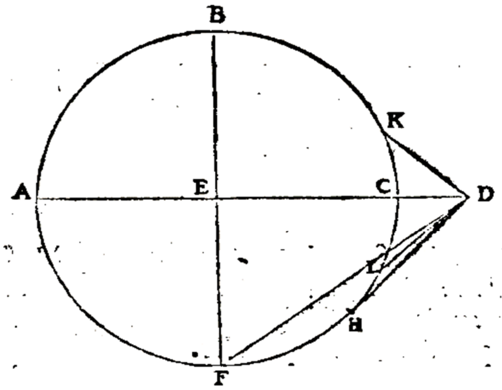
K. Cioè all’angolo CDB: *dalla 29° proposizione del primo libro degli Elementi.*

L. Cioè all’angolo BAD: *dalla 8° proposizione del sesto libro degli Elementi.*Se infatti si congiunge A[36] con F, l’angolo FAD sarà minore dell’angolo KAH

Pappo nella stessa opera

Descriviamo ora un lemma di quelli che sono menzionati nel

In quartum theorema eiuſdem libri, inquiſitione dignum.

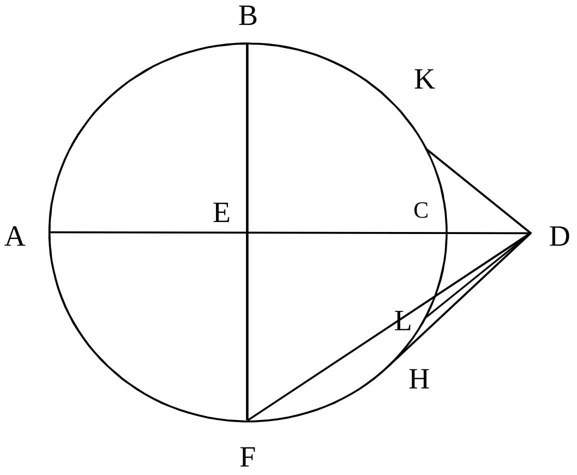


Sit circulus ABC, cuius diameter producta AC D; centrum E: & à puncto E ipſi ACD ad rectos angulos ducatur BEF: ab ipſo autem D dncatur DH, circulum ABC contingens: & dimidiæ ipſius FH æqualis ponatur ad vtraſque partes C, videlicet K C CL: Iunganturque AD DL FD. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe. *Pręmittuntur autem hęc.*

Sit circulus ABC, cuius diameter producta AC D: & à puncto D ducatur quæpiam recta linea DE F. Dico circumferentiam AF circumferentia CE maiorem eſſe.

Sumatur enim circuli centum G: & GF GE iungantur. erit angulus ad F angulo ad E ęqualis. Et quoniam triangulum eſt GFD, & angulus exterior AGF maior eſt interiori, & oppoſito, eo, qui ad F; hoc eſt eo, qui ad E; angulus au- 5. primi.

quarto teorema dello stesso libro, degno di essere esaminato.

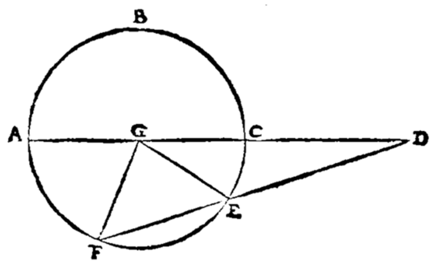


Si consideri il circolo ABC, si prolunghi il suo diametro ACD; sia E il suo centro, e dal punto E si conduca BEF con angoli retti rispetto ad ACD; da D si conduca DH tangente al circolo ABC ed un arco pari alla metà di FH sia individuato da una parte e dall'altra di C, ossia KC e CL e si congiunga A con D, D con L, F con D. Affermo che l'angolo KDL è maggiore dell'angolo FDH.

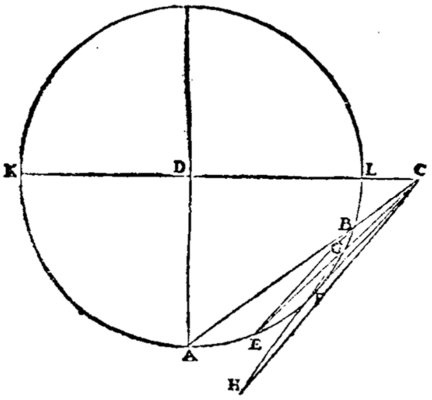
Si premetta però questo.

Si consideri il cerchio ABC il cui diametro prolungato sia ACD; dal punto D si conduca una retta qualsiasi DEF. Affermo che l'arco AF è maggiore dell'arco CE.

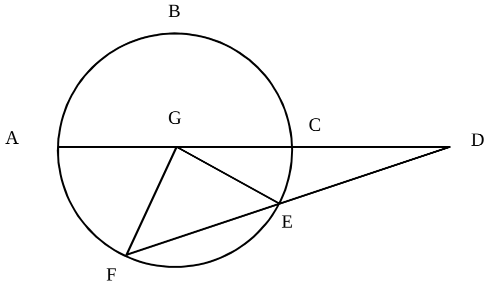
Si prenda infatti il centro del cerchio G: si congiungano anche G con F e G con E. L'angolo in F sarà uguale all'angolo in E[5° Prop. del primo° l.]*. E poiché GFD è un triangolo, allora l'angolo esterno AGF è maggiore di quello interno ed anche opposto che è in F; cioè ad E; ma l'angolo in E è maggiore*



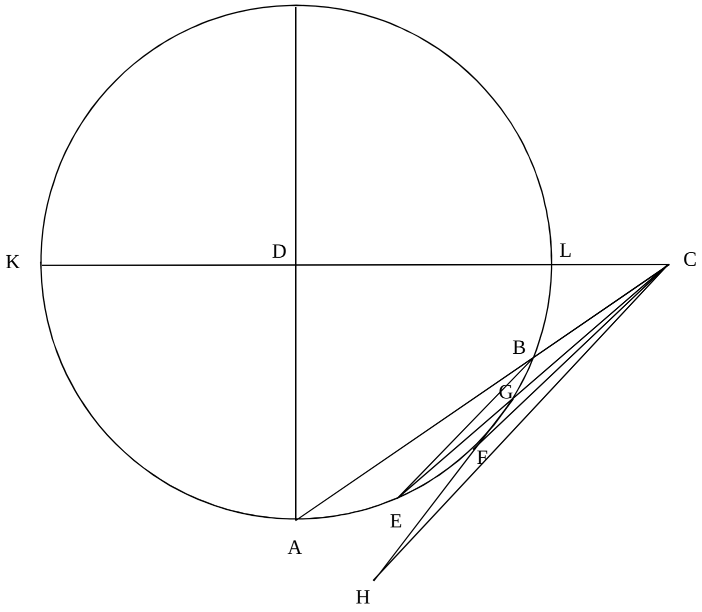
tem ad E maior eſt angulo DGE, propterea quòd eſt extra triangulum: erit angulus AGF angulo EGD maior. & ſunt ad centrum. circumferẽtia igitur AF maior eſt circumferẽtia CE. quod demõſtrare oportebat.



Sit circulus AB, cuius centrum D; & extra circulum punctum C: ducanturq; CDK, & circulum con tin-



dell'angolo GDE, perché esterno al triangolo: l'angolo AGF sarà maggiore dell'angolo EGD. Ma sono anche angoli al centro. L'arco AF è dunque maggiore dell'arco CE, come bisognava dimostrare.



Si consideri il circolo AB con centro in D e sia C un punto esterno al circolo e si conduca CDK ed anche CF tangente al tingens CF. deinde per D centrum ad rectos angulos ipſi KL diametro agatur DA; ſeceturque AF circumferentia bifariam in puncto E. & CBA CGE iungantur. Dico angulum ACE angulo ECF maiorem eſſe.

Iungantur enim EB FG. & quoniam EB maior eſt, quã
FG, & BC minor, quàm CG; habebit EB ad BC maiorẽ pro- 8. quinti.
portionem, quàm FG ad GC. Itaque fiat vt EB ad BC, ita H
G ad GC, & HC iungatur. Quoniam igitur anguli ABE EG 21. tertij.
F inter ſe aequales ſunt, quòd & circumferentia AE circū-
ferentię EF; & reliqui anguli EBC FGC aequales; & cir- 13. primi.
ca aequales angulos latera ſunt proportionalia: erit triãgulũ 6. sexti.
EBC triãgulo HGC ęquiãgulũ. ergo anguli ACE ECH iter
ſe ęquales ſunt. angulus igitur ACE angulo ECF eſt maior.

Sit deniq; eadem figura, quę prius; & eadem maneant. Dico angulũ KDL angulo FDH maiorẽ eſſe.

Secetur circumferentia FH bifariam in puncto M, & iun
gatur MD. conſtat igitur ex eo, quod proxime oſtenſum eſt,
angulum FDM maiorem eſſe angulo MDH. producantur F
EB DL ad puncta NX: ſitq; ipſi AD aequalis NF, & NM,
ND iungantur. Itaque quoniam circulus eſt ABC, cuius dia-
meter producta ACD, & à puncto D acta eſt DLX ad con- 39. huius.
cauam circumfereutiam; erit circumferẽtia AX maior, quã
circumferẽtia CL. ſed CL eſt aequalis FM; vtraque enim eſt
circumferentiae FH dimidia. circumferentia igitur AX ma-
ior eſt, quàm FM. ponatur ipſi FM aequalis cirumferentia
AO; iunganturq; AO OD. Et quoniam cirumferentia AF
C ſemicirculi aequalis eſt circumferentiae ſemicirculi FCB,
quarum AO eſt aequalis MF; erit & reliqua OC reli-
quae MB aequalis. ſed circumferentiae quidem OC in-
ſiſtit DAO angulus; circumferentiae vero MB inſiſtit 27. tertij.
angulus NFM. ergo angulus DAO eſt aequalis angu-
lo NFM. atque eſt vterque eorum recto minor. & cum 31. tertij.

AD

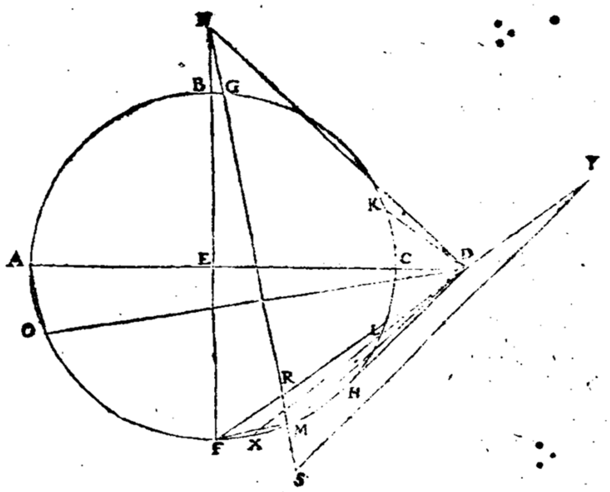
cerchio. Poi si tracci DA attraverso il centro D con angoli retti allo stesso diametro KL, e l’arco AF sia secato in due parti nel punto E. Si congiungano anche CBA e CGE.

Dico che l’angolo ACE è maggiore dell’angolo ECF.

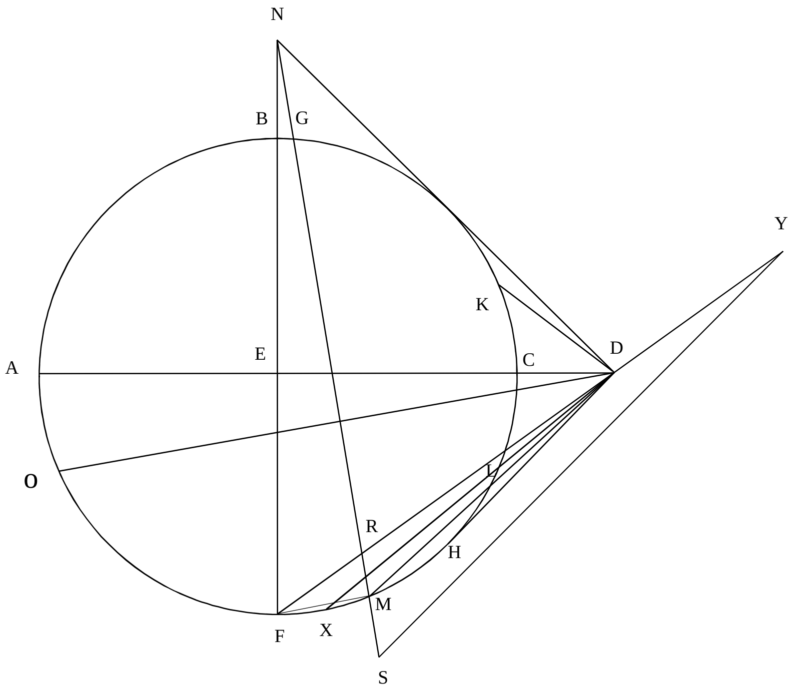
Si congiunga infatti EB ed FG e poiché EB è maggiore di FG, e BC è minore di CG, EB avrà un rapporto rispetto a BC maggiore di quello di FG rispetto a GC.[*3° prop. del quinto l*] *E così come EB sta a BC così HG sta a GC.*[*21° prop. del terzo l*] *Si congiunga anche H con C. Poiché quindi gli angoli ABE ed EGF sono eguali tra loro, perché l ‘arco AE è uguale all ‘ arco EF*[*13° prop. del primo l*]*, anche i rimanenti angoli EBC ed FGC sono eguali, anche i lati corrispondenti ad angoli eguali sono proporzionali il triangolo EBC sarò equiangolo col triangolo HGC.*[*6° prop. del sesto*] *Dunque gli angoli ACE ed ECH sono eguali tra loro. L’angolo ACE dunque è maggiore dell’angolo ECF.*

Si consideri infine la stessa figura precedente, immodificata. Dico che l’angolo KDL è maggiore dell’angolo FDH.

Si divida l’arco FH in due parti nel punto M e si congiunga M con D. E’ chiaro allora, per quel che è stato mostrato poco fa, che l’angolo FDM è maggiore dell’angolo MDH. Si prolunghino FEB e DL ai punti N e X ed NF sia eguale proprio ad AD, si congiunga anche N con M ed N con D. Quindi poiché ABC è il cerchio, del quale è stato prolungato il diametro ACD, e dal punto D è stata tratta DLX alla concavità della circonferenza,[*39° prop. di questo*] *l’arco AX sarà maggiore dell’arco CL; ma CL è uguale ad FM, entrambi infatti sono metà dell’arco FH; l’arco AX è dunque maggiore di FM. Si ponga l’arco AO uguale proprio ad MF e si congiunga A con O ed O con D, e poiché il semicerchio AFC è uguale al semicerchio FCB dei quali AO è uguale a MF, anche il rimanente OC sarà uguale al rimanente MB, ma l’angolo DAO però insiste sull’arco OC, come pure l’angolo NFM insiste sull’arco MB*[*27° prop.del del terzo l.,*] *dunque l’angolo DAO è uguale all’angolo NFM,*[*31° prop. del terzo l.*]*ma entrambi sono minori di un angolo retto, e poiché*



AD ſit aequalis FN, & DO ipſi FM, duae DA AO
duabus NF FM aequales ſunt; & angulus DAO eſt aequalis
4. primi. angulo NFM: quare & baſis OD baſi NM, & reliqui anguli
reliquis angulis ſunt aequales. angulus igitur ADO eſt
aequalis angulo FNM. Rurſus quoniā ſemicirculi circūferētia
eſt FAB, erit FABG ſemicirculo maior, cui inſiſtit angulus
31. tertii. FMG. ergo FMG maior eſt recto; & ipſi ſubtēditur recta
linea FR. angulo aūt acuto RFM ſubtēditur RM. quare
19. primi. FR maior eſt, quàm RM. Itaque producatur RM ad S; & ipſi
FR aequalis ponatur RS. Et quoniam tota ACD aequalis
eſt toti FBN, quarum AE eſt aequalis EF; erit reliqua ED
5. primi. ipſi EN aequalis: ideoq́; angulus EDN eſt aequalis angulo END;
& ADN maior angulo DNR. quare latus NR latere RD
eſt maius. producatur RD ad Y: ponaturq́; ipſi NR aequalis



AD è uguale ad FN, e AO[37] *è uguale proprio ad FM, i due DA e AO sono uguali ai due NF ed FM, e l'angolo DAO è uguale all'angolo NFM, perciò sia la base OD è uguale alla base NM, sia i rimanenti angoli sono eguali ai rimanenti angoli, l'angolo ADO dunque è eguale all'angolo FNM.*

Di nuovo poiché FAB è un arco di semicerchio, FABG sarà maggiore del semicerchio, sul quale insiste l'angolo FMG, dunque FMG è maggiore di un angolo retto,[3°prop. del terzo l.] *ma allo stesso angolo è sottesa la linea retta FR, mentre all'angolo acuto RFM è sottesa RM, perciò FR è maggiore di RM,*[19° prop. del primo l.] *Dunque si prolunghi RM fino ad S, ed RS si faccia uguale proprio ad FR. Poiché l'intera ACD è uguale all'intero FBN, dei quali AE è uguale ad EF, la rimanente ED sarà uguale proprio ad EN;* [5°prop. del primo l.] *perciò l'angolo EDN è uguale all'angolo END e ADN è maggiore dell'angolo DNR; perciò il lato NR è maggiore del lato RD; si prolunghi RD fino ad Y e si supponga RY uguale proprio ad NR e si congiunga S con Y.*

lis RT; & ST iungatur. Quoniam igitur FR eſt aequalis RS, & NR ipſi RT; duę FR RN duabus SR RT aequales ſunt: & angulus FRN aequalis angulo SRT, quòd ſint ad verticem. ergo & baſis NF baſi ST; & reliqui anguli reliquis angulis aequales. 4. primi. *quare angulus RFN eſt aequalis angulo RST. ſed angulus RMD maior eſt angulo RST, cum ſit extra triangulum. angulus igitur RMD angulo RFN eſt maior. eſt autem & FRN angulus aequalis angulo MRD. quare & reliquus FNR maior reliquo RDM. At oſtenſum eſt angulum FNR angulo ADO eſſe aequalem. angulus igitur ADO angulo RDM eſt maior; ac propterea ADX angulus multo maior eſt angulo RDM. anguli autem ADX duplus eſt angulus KDL: et anguli RDM minor, quàm duplus oſtenſus eſt angulus FDH. ergo KDL angulus angulo FDH maior erit.* In antecedente.

PROPOSITIO. V.

Cum luna dimidiata nobis apparet, tunc maximus circulus, qui eſt iuxta determinantem in luna opacum, & ſplendidum, in viſum noſtrum vergit: hoc eſt maximus circulus, qui eſt iuxta determinantem, & noſter viſus in vno ſunt plano.

Luna enim dimidiata exiſtente, apparet circulus determinans opacum, & ſplendidum ipſius, vergere in noſtrum viſum: 3. poſitione. & ab eo non differt circulus maximus, qui eſt iuxta determinantem. 4. huius. cum igitur luna dimidiata nobis apparet, tunc circulus maximus, qui eſt iuxta determinãtem, in viſum noſtrum vergit

Poiché dunque FR è uguale ad RS, ed NR è uguale proprio ad RY, le due FR ed RN sono uguali alle due SR ed RY, e l'angolo FRN è uguale all'angolo SRY perché sono al vertice, dunque anche la base NF è uguale alla base SY, ed i rimanenti angoli sono eguali ai rimanenti angoli,[4° prop. del primo l.] *perciò l'angolo RFN è uguale all'angolo RSY, ma l'angolo RMD è maggiore dell'angolo RSY, essendo esterno al triangolo, allora l'angolo RMD è maggiore dell'angolo RFN, e anche l'angolo FRN è uguale all'angolo MRD per la qual cosa anche il rimanente FNR è maggiore del rimanente RDM.*

D'altra parte è stato dimostrato che l'angolo FNR è uguale all'angolo ADO, dunque l 'angolo ADO è maggiore dell'angolo RDM, e perciò l'angolo ADX è maggiore dell'angolo RDM, l'angolo KDL poi è doppio dell'angolo ADX e l'angolo FDH è stato dimostrato essere minore del doppio dell'angolo RDM; dunque l'angolo KDL sarà maggiore dell'angolo FDH.

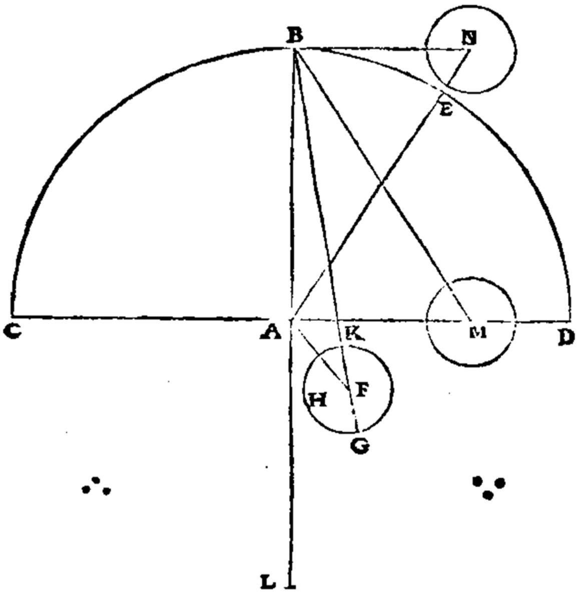
PROPOSIZIONE V

Quando la luna ci appare dimezzata, allora il circolo massimo che sulla luna è vicinissimo al cerchio che delimita la parte opaca da quella splendente è diretto verso il nostro sguardo; cioè il circolo massimo, che è vicinissimo al cerchio delimitante, e il nostro sguardo si trovano su un unico piano.

Con la luna dimezzata infatti, il cerchio che divide la parte opaca dalla sua parte splendente, appare dirigersi verso il nostro sguardo;[3° ipotesi] ma il circolo massimo non differisce da quello,[4° ipotesi] che è vicinissimo al cerchio di demarcazione, dunque quando la luna ci appare dimezzata, allora il circolo massimo vicinissimo al cerchio di demarcazione è diretto verso il nostro sguardo.

PROPOSITIO. VI.

Luna infra ſolem fertur, et dimidiata exiſtens à ſole minus quadrante diſtat.

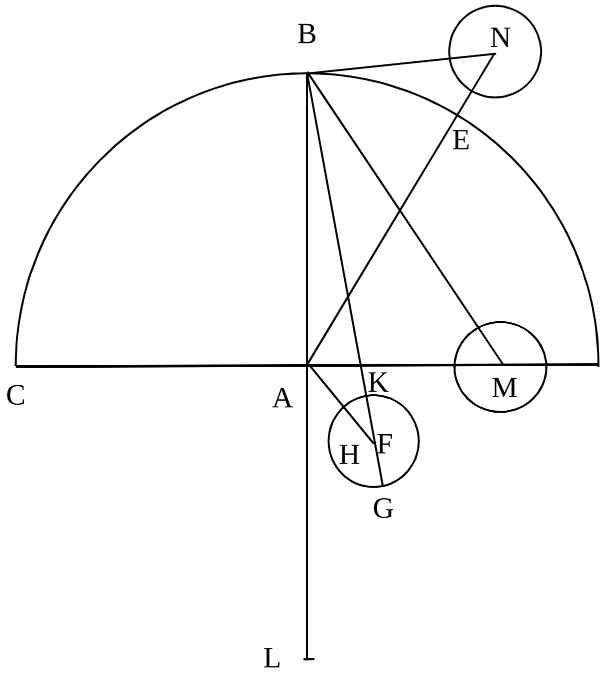


Sit enim noſter viſus ad A, ſolis autem centrum B: & iuncta AB, per ipſam, & per centrum lunæ dimidiatæ exiſtentis planum producatur. faciet vtiq; ſectionem in ſphæra, per quam fertur centrum ſolis circulum maximum. faciat circulum CBD: & à pũcto A ipſi AB ad rectos angulos ducatur CAD.

qua

PROPOSIZIONE VI

La luna si muove al di sotto del sole[38]*, e quando è dimezzata dista dal sole meno di un quadrante.*



Sia infatti il nostro punto di osservazione in A, invece il centro del sole in B; congiunti A con B, si faccia passare un piano per questa stessa retta e per il centro della luna in posizione dimezzata. Taglierà sicuramente la sfera lungo la quale si muove il centro del sole secondo un circolo massimo: sia il circolo CBD; e dal punto A si conduca CAD con angoli retti rispetto allo stesso AB,

quadrãtis igitur eſt circumferentia BD. Dico lunã
infra ſolem ferri, & cum dimidiata exiſtat, minus
quadrãte à ſole diſtare: hoc eſt centrum ipſius intra
rectas lineas BA AD, & circumferentiam DEB cõtineri.
Si enim non, ſit centrum ipſius F intra rectas
lineas DA AL, & BF iungatur. erit BF axis coni A
ſolem, & lunam compræhendentis: atque erit perpendicularis
ad maximum circulũ, qui in luna opacum,
& ſplendidum determinat. Sit igitur maximus
circulus in luna iuxta determinãtem opacum
& ſplendidum GHK. Et quoniam luna dimidiata B
exiſtente maximus circulus, iuxta determinantem
in luna opacum & ſplendidum, & noſter viſus ſunt
in vno plano, iungatur AF. ergo AF eſt in plano circuli
KGH: eſt autem & BF circulo KGH ad rectos
angulos. quare & ipſi AF, ac propterea angulus BF C
A rectus eſt. Sed & obtuſus eſt angulus BAF. quod D
fieri non poteſt. non igitur punctum F eſt in loco
intra angulum DAL contento. Dico neque eſſe in
ipſa AD. Si enim fieri poteſt, ſit M: & rurſus BM iũgatur:
ſitq; maximus circulus iuxta determinantẽ,
cuius centrum M. Eadem ratione oſtendetur angulus
BMA rectus eſſe ad maximum circulum. ſed &
BAM eſt rectus. quod fieri non poteſt. non igitur
in ipſa AD eſt centrum lunæ dimidiatę exiſtentis.
ergo erit intra rectas lineas BA AD. Dico præterea
eſſe intra circumferentiam BED. Nam ſi fieri
poteſt, ſit extra in puncto N; & eadem conſtruantur.
oſtendemus angulum BNA rectum eſſe. maior
igitur eſt BA, quàm AN. ſed BA eſt æqualis AE.
ergo & AE, quàm AN maior erit. quod fieri nõ poteſt.
non igitur centrum lunę dimidiatę exiſtentis
eſt extra circumferẽtiam BED. ſimiliter oſtende

allora l'arco BD sarà di un quadrante. Dico che la luna si muove al di sotto del sole, e quando è in posizione dimezzata dista dal sole meno di un quadrante: vale a dire il centro della luna è contenuto entro le linee rette BA e AD e l'arco DEB. Supponiamo che non sia così, sia il centro della luna in F tra le linee rette DA e AL; si congiunga anche B con F, BF sarà l'asse del cono che comprende il sole e la luna e sarà perpendicolare al circolo massimo che sulla luna delimita la parte in ombra da quella splendente[A]. Sia infatti GHK il circolo massimo che sulla luna sta vicino al cerchio delimitante la parte in ombra da quella splendente. E poiché con la luna in posizione dimezzata il circolo massimo vicino a quello che delimita la parte opaca dalla splendente, ed il nostro viso sono sullo stesso piano[B], si congiunga A con F dunque AF sta sul piano del cerchio KGH; ma allora anche BF è perpendicolare al cerchio KGH, perciò anche ad AF e per tal motivo l'angolo BFA è retto[C] ma l'angolo BAF è ottuso[D], e questo non può essere. Dunque il punto F non è contenuto in un luogo interno all'angolo DAL. E dico che non può essere neppure proprio su AD. Supponiamo infatti che lo sia nel punto M: e si congiunga di nuovo B con M; e sia il circolo massimo vicino a quello delimitante, con centro M. Con lo stesso ragionamento si dimostra che l'angolo BMA è retto rispetto al circolo massimo ma anche BAM è retto, cosa impossibile. Non dunque proprio su AD può trovarsi il centro della luna in posizione dimezzata, dunque si troverà tra le linee rette BA e AD. Dico inoltre che si trova all'interno dell'arco BED: Si supponga infatti che sia in un punto esterno N, e si facciano le stesse costruzioni, dimostriamo che l'angolo BNA è retto, dunque BA è maggiore di AN, ma BA è uguale ad AE, dunque anche AE sarà maggiore di AN cosa che è impossibile. Dunque il centro della luna dimezzata non è fuori dell'arco BED, similmente si dimostra rispetto al circolo massimo ma anche BAM è retto, cosa impossibile. Non dunque proprio su AD può trovarsi il centro della luna in posizione dimezzata, dunque si troverà tra le linee rette BA e AD. Dico inoltre che si trova all'interno dell'arco BED: Si supponga infatti che sia in un punto esterno N, e si facciano le stesse costruzioni, dimostriamo che l'angolo BNA è retto, dunque BA è maggiore di AN, ma BA è uguale ad AE, dunque anche AE sarà maggiore di AN cosa che è impossibile. Dunque il centro della luna dimezzata non è fuori dell'arco BED, similmente si dimostra

tur neque eſſe in ipſa BED circumferentia. ergo intra ipſam ſit neceſſe eſt. luna igitur infra ſolem fertur, & dimidiata exiſtens minus quadrante à ſole diſtat.

FED. COMMANDINVS.

A Erit BF axis coni ſolem, & lunam comprehendẽtis: atque erit perpendicularis ad maximum circulum, qui in luna opacum, & ſplendidum determinat] *Ex demonſtratis in tertia propoſitione huius.*

B Et quoniam luna dimidiata exiſtente maximus circulus iuxta determinantem in luna opacum & ſplendidum, & noſter viſus in vno ſunt plano] *Ex antecedente.*

C Quare & ipſi AF, ac propterea angulus FBA rectus eſt] *Ex tertia diffinitione vndecimi elementorum.*

D Sed & obtuſus eſt angulus BAF. quod fieri non poteſt] *Eſſent enim trianguli ABF tres anguli maiores duobus rectis.*

PROPOSITIO VII.

Diſtantia, qua ſol à terra diſtat, diſtantię qua luna diſtat à terra maior quidem eſt, quàm duodeuigintupla, minor uero, quàm vigintupla.

Sit ſolis quidem centrum A; terræ vero centrum B. & iuncta AB producatur. lunæ autem dimidiatæ exiſtentis centrum ſit C: & per AB, & C planũ producatur, quod faciat ſectionem in ſphæra, per quam

fertur

che non può stare neppure sulla stessa circonferenza BED, dunque è necessario che si trovi all'interno di essa, la luna dunque si muove al di sotto del sole e quando è dimezzata dista dal sole meno di un quadrante.

Federico Commandino

A. BF sarà l'asse del cono che comprende il sole e la luna e sarà perpendicolare al circolo massimo che sulla luna delimita la parte in ombra da quella splendente: *dalla dimostrazione contenuta nella terza proposizione di questo libro*.

B. E poiché con la luna in posizione dimezzata il circolo massimo vicino a quello che delimita la parte opaca dalla splendente, ed il nostro viso sono sullo stesso piano*: dal precedente.*

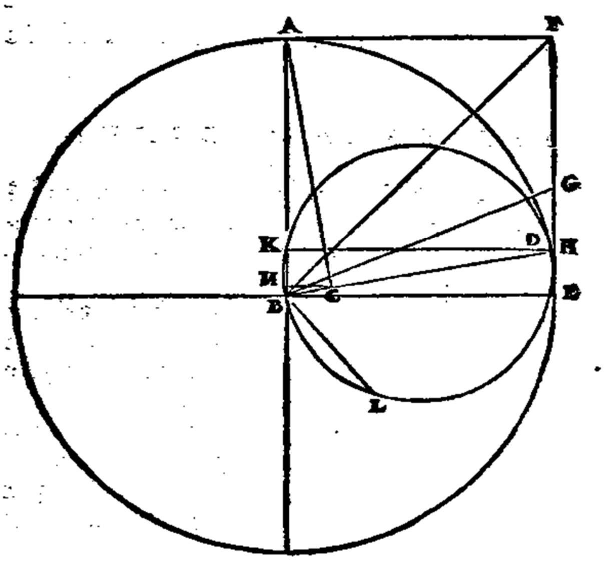
C. Per lo stesso motivo anche ad AF e perciò l'angolo BFA è retto: *dalla terza definizione dell'undicesimo libro degli elementi.*

D. Ma angolo BAF è ottuso: *i tre angoli infatti del triangolo ABF sarebbero più grandi di due angoli retti.*

PROPOSIZIONE VII

La distanza che separa il sole dalla terra è maggiore di diciotto volte, ma anche minore di venti volte della distanza che separa la luna dalla terra[39]

Sia il centro del sole in A, mentre quello della terra sia in B, congiunto poi A con B si prolunghi; sia poi C il centro della luna in posizione dimezzata e si faccia passare un piano sia per AB che per C che tagli la sfera sulla quale

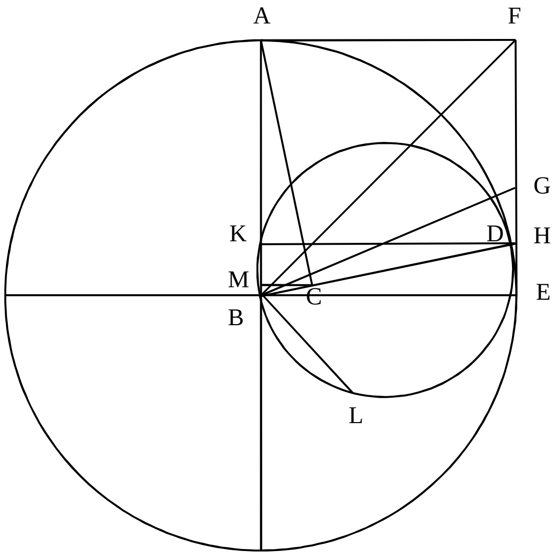


ſertur centrum ſolis, maximum circulu m ADE, & AC CB iungātur: producaturq́; BC in D. erit vtique angulus ACB rectus, propterea quòd pũctum C ſit lunę dimidiatæ centrum. ducatur à puncto B ipſi BA ad rectos a ngulos BE. ergo circumferentia ED erit trigeſima pars circumferentiæ EDA. poſitum eſt enim, cum luna dimidiata nobis apparet, diſtare eam à ſole minus quadrante, quadrantis parte trigeſima. quare & EBC angulus eſt trigeſima pars vnius recti. compleatur parallelogrammum AE: & BF iungatur. erit angulus FBE recti dimidius. ſece-

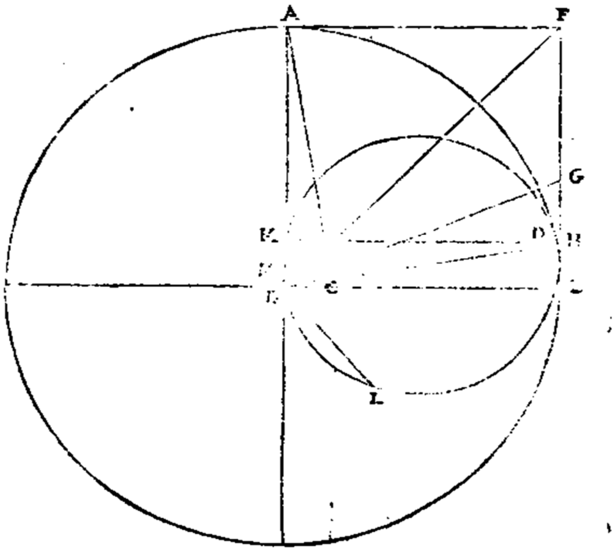
3. huius.

A

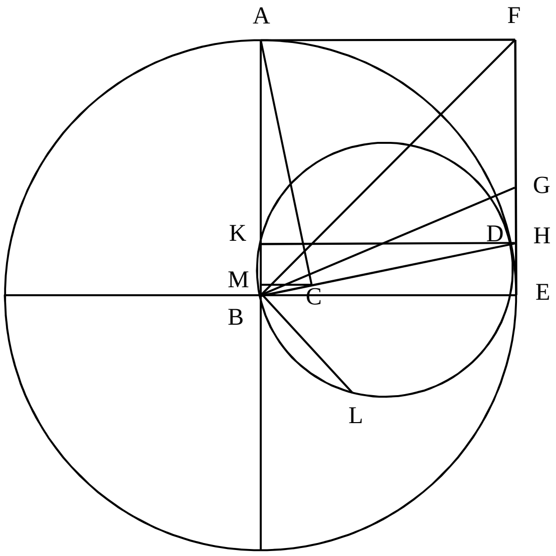
B



si muove il centro solare, secondo il circolo massimo ADE, si congiunga anche A con C e C con B e si prolunghi, BC in D, l'angolo ACB sarà senza dubbio retto, per il fatto che C è il centro della luna dimezzata; si conduca dal punto B il tratto BE con angoli retti proprio a BA, dunque l'arco ED sarà la trentesima parte dell'arco EDA[A]; si è infatti supposto che quando la luna ci appare dimezzata, essa disti dal sole di un quadrante meno la sua trentesima parte, perciò anche l'angolo EBC è la trentesima parte di un angolo retto. Si completi il parallelogramma AE e si congiunga anche B con F[B], l'angolo FBE sarà la metà di un angolo retto, Si divida



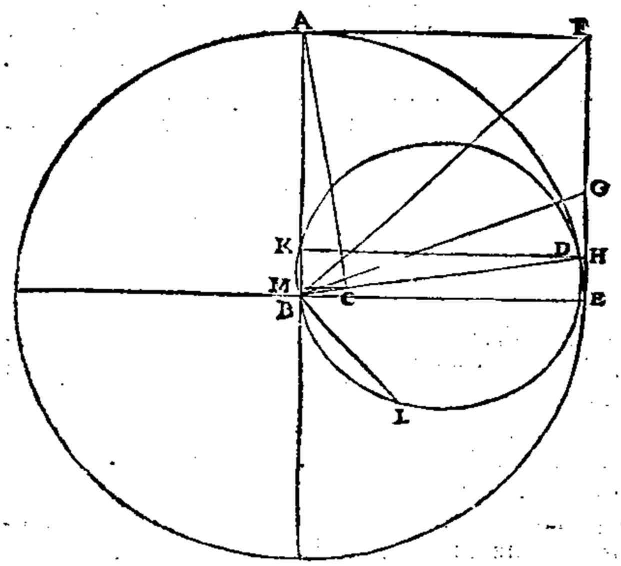
tur FBE bifariam recta linea BG. angulus igitur GBE eſt quarta pars vnius recti. ſed DBE angulus eſt vnius recti pars trigeſima. ergo proportio anguli GBE ad angulum DBE eſt ea, quam habet 15 ad 2. quarum enim partium angulus rectus eſt 60, earum angulus quidem GBE eſt 15; angulus vero DBE 2. Et quoniam GE ad EH maiorem proportionem habet, quàm angulus GBE ad DBE angulum; habebit CE ad EH maiorem proportionem, quàm 15 ad 2. eſt autem BE ęqualis EF: atque eſt angulus qui ad E rectus· quadratum igitur ex FB du- C



FBE in due parti con la retta BG, allora l’angolo GBE è la quarta parte di un angolo retto, ma DBE è la trentesima parte di un angolo retto, dunque la proporzione dell’angolo GBE rispetto all’angolo DBE è di 15 a 2; se infatti dividiamo l’angolo retto in 60 parti allora l’angolo GBE è di quindici di quelle parti, mentre l’angolo DBE è di 2. E poiché GE rispetto ad EH ha un rapporto maggiore di quello dell’angolo GBE rispetto all’angolo DBE[C], si avrà che GE ha un rapporto maggiore rispetto a EH di 15 a 2; ma è anche vero che BE è uguale a EF, e l’angolo in E è retto; dunque il quadrato su FB è

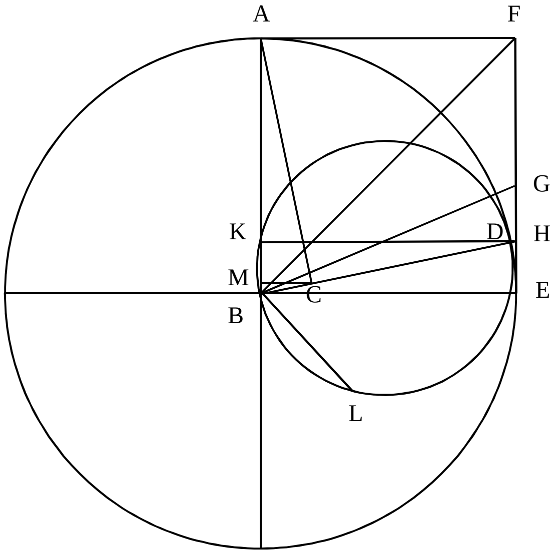
B duplū eſt quadrati ex BE. vt aūt quadratū ex FB
ad quadratū ex BE, ita quadratū ex FG ad quadra- D
tū ex GE. ergo quadratū ex FG quadrati ex GE du
plū erit. ſed 49 minora ſunt quā dupla 25. quadratū
igitur ex FG ad quadratum ex GE maiorem pro-
portionem habet, quàm 49 ad 25. ac propterea ipſa
FG ad GE maiorem habet proportionem, quàm 7
ad 5: & componēdo FE ad EG maiorem, quàm 12
ad 5: hoc eſt, quàm 36 ad 15. oſtenſum autem eſt &
GE ad EH maiorem proportionem habere, quàm
15 ad 2. ergo ex æquali FE ad EH maiorem habebit
proportionem, quàm 36 ad 2, hoc eſt quàm 18 ad
1. & ob id FE maior eſt, quàm duodeuigintuqla ip-
ſius EH. eſt autem FE æqualis EB. ergo & BE ipſius
EH maior eſt, quàm duodeuigintupla. multo igi-
tur maior erit BH, quàm duodeuigintupla ipſius E
HE. ſed vt BH ad HE, ita eſt AB ad BC ob ſimilitu- F
dinem triangulorum. ergo & AB ipſius BC maior
eſt, quàm duodeuigintupla: eſtque AB quidem di-
ſtantia, qua ſol à terra diſtat: CB vero diſtātia qua
luna diſtat à terra: diſtantia igitur qua ſol à terra di
ſtat, diſtantiæ qua luna diſtat à terra maior eſt, quā
duodeuigintupla. Dico etiam minorem eſſe, quàm
vigintuplam. Ducatur enim per D ipſi EB paralle-
la DK, & circa DKB triangulum circulus deſcriba-
tur DKB. erit ipſius diameter DB, propterea quòd
angulus ad K rectus ſit: & aptetur BL hexagoni la-
tus. Quoniam igitur angulns DBE eſt trigeſima
pars recti, erit & BDK recti pars trigeſima. er-
go circumferentia BK ſexageſima pars eſt totius G
circuli. eſt autem & BL totius circuli pars ſexta. cir
cumferentia igitur BL decupla erit circumferentiæ
BK: atque habet circumferentia BL ad circumferen
tiam

doppio del quadrato su BE. Ma come il quadrato su FB sta al quadrato su BE, così il quadrato su FG sta al quadrato su GE[D]; dunque il quadrato su FG sarà doppio rispetto al quadrato su GE. Ma 49 è minore del doppio di 25 dunque il quadrato su FG ha rispetto al quadrato su GE un rapporto maggiore di 49 a 25 e perciò proprio FG ha rispetto a GE un rapporto maggiore di 7 a 5[40]; ma componendo FE ha rispetto ad EG un rapporto maggiore di 12 a 5 cioè di 36 a 15, allora è stato dimostrato che anche GE ha rispetto ad EH un rapporto maggiore di 15 a 2; dunque per diretta proporzionalità, FE avrà rispetto ad EH un rapporto maggiore di 36 a 2, cioè 18 a 1, ma anche per questo FE è più grande di diciotto volte EH; FE poi è uguale ad EB, perciò anche BE è maggiore di diciotto volte EH dunque BH sarà molto maggiore di diciotto volte HE[E]; ma come BH sta a HE, così AB sta a BC perché triangoli simili[F]; perciò anche AB è più grande di BC di diciotto volte; ma AB è la distanza che separa il sole dalla terra, mentre CB è la distanza che separa la luna dalla terra, la distanza dunque del sole dalla terra è maggiore della distanza della luna dalla terra di diciotto volte. Dico anche che è minore di venti volte. Si conduca infatti attraverso B DK parallela ad EB, si descriva anche il cerchio DKB attorno al triangolo DKB, DB sarà il suo diametro perché l'angolo in K è retto; e si costruisca BL lato di un esagono. Poiché dunque l'angolo DBE è la trentesima parte di un angolo retto anche DBK sarà la trentesima parte di un angolo retto quindi l'arco BK è la sessantesima parte dell'intero cerchio, quindi anche BL è la sesta parte dell'intero cerchio dunque BL sarà dieci volte l'arco BK, ma l'arco BL ha un rapporto rispetto



tiam BK maiorem proportionem, quàm recta linea
BL ad BK rectam. ergo recta BL rectæ BK minor
eſt, quàm decupla. eſt autem ipſius BL dupla BD.
H quare *BD* ipſius BK minor erit, quàm vigintupla.
ſed vt DB ad BK, ita AB ad BC. ergo & AB minor
K erit, quàm vigintupla ipſius BC. eſtque AB quidem
diſtantia, qua ſol à terra diſtat; BC vero diſtantia,
qua luna diſtat à terra. diſtantia igitur qua ſol a
terra diſtat diſtantię, qua luna diſtat à terra minor
eſt, quàm vigintupla. oſtenſa autem eſt maior; quã
duodeuigintupla. quod oſtendere oportebat.

F E D.

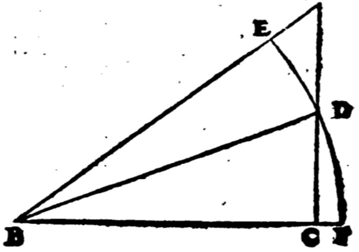


all'arco BK maggiore di quello della retta BL rispetto alla retta BK^{G}, dunque la retta BL è minore della linea BK decuplicata; invece il tratto BD è doppio del tratto BL^{H}; perciò BD sarà minore di venti volte BK; ma come DB sta a BK ,così AB sta a BC^{K}. Dunque anche AB sarà minore di venti volte BC; AB però e la distanza del sole dalla terra, mentre BC è la distanza della luna dalla terra; la distanza dunque del sole dalla terra è inferiore a venti volte la distanza della luna dalla terra, ma si è anche dimostrato essere maggiore di diciotto volte questa distanza, come bisognava dimostrare.

FED. COMMANDINVS.

Ergo circumferentia ED erit trigeſima pars circumferentię EDA] *Hoc in figura ita eſſe ponatur, namque ob loci anguſtiam coacti ſumus circumferẽtiam DE multo maiorem facere, quàm ſit trigeſima pars circumferentiae EDA.* A

Compleatur parallelogrammum AE, & BF iungatur] *Producatur etiam BD ad rectam lineam FE in H.* B

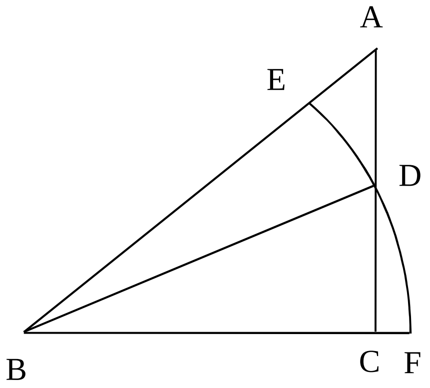


Et quoniam GE ad EH maiorem proportionem habet, quàm angulus GBE ad DBE angulum] *Illud nos hoc lemmate demonſtrabimus*. Sit triangulum orthogonium ABC rectum habens angulum ad C: & in recta linea AC ſumatur quodvis punctum D, & BD iungatur. Dico rectam lineã AC ad rectam CD maiorem proportionem habere, quàm angulus ABC habeat ad DBC angulum] *Centro enim B & interuallo BD circuli circumferentia EDF deſcribatur, & BC producatur ad F. Itaque quoniam triangulum quidem ABD maius eſt ſectore EBD; triangulũ vero DBC minus ſectore DBF: habebit triangulum ABD ad triangulum DBC maiorem proportionem, quàm ſector EBD ad ſectorẽ DBF. vt autem triangulum ABD ad triangulum* C

DBC

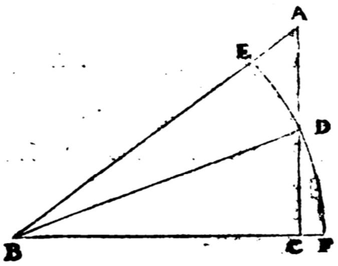
A. Dunque l’arco ED sarà la trentesima parte dell’arco EDA: *lo rappresentiamo così nella figura e infatti a causa della mancanza di spazio siamo costretti a rappresentare l’arco DE molto più grande di quanto lo sia la trentesima parte dell’arco EDA.*

B. Si completi il parallelogramma AE; si congiunga anche B con F: *e si prolunghi anche BD fino ad H sulla retta FE.*



C. E poiché GE rispetto ad EH ha un rapporto maggiore di quello dell’angolo GBE rispetto all’angolo DBE: *noi lo dimostreremo con questo lemma:* sia ABC un triangolo rettangolo retto in C e sulla retta AC si assuma un qualsiasi punto D e si unisca D con B. Affermo che la linea retta AC ha un rapporto, rispetto alla retta CD, maggiore di quello dell’angolo ABC rispetto all’angolo DBC. *Con centro in B e con raggio BD si descriva infatti l’arco EDF e si prolunghi BC fino ad F, e così proprio il triangolo ABD è maggiore del settore EBD, allora il triangolo DBC è più piccolo del settore DBF, il triangolo ABD avrà rispetto al triangolo DBC un rapporto maggiore di quello del settore EDB rispetto al settore DBF; come allora il triangolo ADB sta al triangolo DBC,*

1.ſexti. *DBC, ita eſt recta linea AD ad ipſam DC: & vt ſector ABD*
Vlt.ſextu. *ad ſectorem DBC, ita angulus ABD ad DBC angulum. ergo recta linea AD ad ipſam DC maiorem proportionẽ habet, quã angulus ABD ad angulum DBC: & componendo recta linea AC ad ipſam CD, maiorem habet proportionẽ quã angulus ABC ad DBC angulum.*

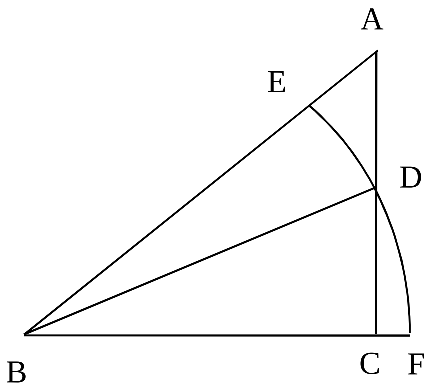


D Vt autem quadratum ex FB ad quadratum ex BE, ita quadratum ex FG ad quadratum ex GE] *Quoniam enim angulus FBE bifariam ſecatur recta linea BG, erit ex tertia ſexti elementorum vt FB ad BE, ita FG ad GE: quare ex 22 eiuſdem, vt quadratum ex FB ad quadratum ex BE, ita quadratum ex FG ad quadratum ex GE.*

E Multo igitur maior erit BH, quàm duodeuigintupla ipſius HE] *Nam BH, quę maiori angulo, nempe recto ſubtenditur, maior eſt, quàm ipſa BE.*

F Sed ut BH ad HE ita eſt AB ad BC, ob triangulorum ſimilitudinem]. *Ducatur à puncto C, videlicet ab angulo recto trianguli ABC ad baſim perpendicularis CM;*
8 ſexti. *fient triangula BCM ACM ſimilia toti, & inter ſe ſe. quare*
29. primi. *angulus BCM, hoc eſt angulus HBE eſt aequalis angulo BAC. atque eſt ACB rectus aequalis recto BEH. reliquus igi-*
4.ſexti *tur ABC reliquo BHE eſt aequalis, & triangulum triangulo ſimile. ergo vt BH ad HE, ita AB ad BC.*

G Atque habet circumferentia BL ad circumferentiam *così sta la linea AD sta alla linea DC; come il settore ABD sta al settore DBC, così l'angolo ABD sta all'angolo DBC; dunque la linea retta AD rispetto a DC ha un rapporto maggiore di quello dell'angolo ABD rispetto all'angolo DBC ; e, componendo, la linea retta AC ha, rispetto a CD, un rapporto maggiore, di quello dell'angolo ABC rispetto all angolo DBC.*[41]

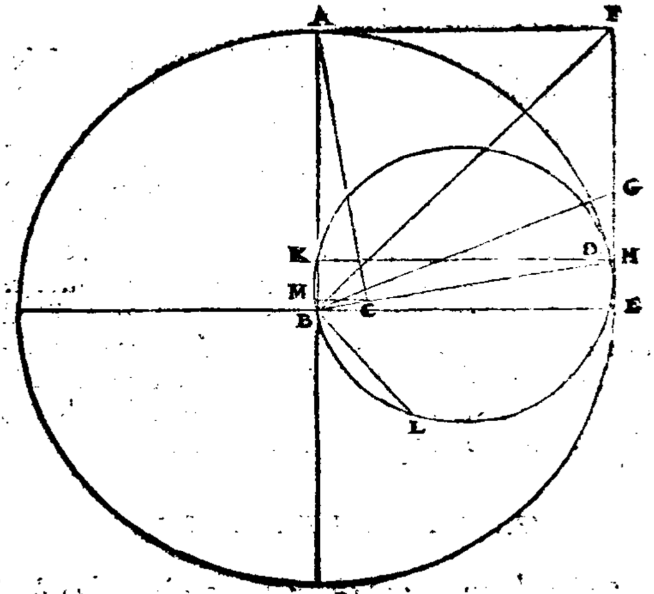


D. Ma come il quadrato su FB sta al quadrato su BE, così il quadrato su FG sta al quadrato su GE: *poiché infatti l'angolo FBE è secato in due parti eguali dalla linea retta BG, dalla terza proposizione del sesto libro degli elementi, come FB sta a BE così FG sta a GE; per la qual cosa dalla 22° dello stesso, come il quadrato costruito su FB sta al quadrato costruito su BE, così il quadrato su FG sta al quadrato su GE.*

E. Dunque BH sarà molto maggiore di diciotto volte HE: *infatti BH, che si estende sotto l'angolo maggiore, che propriamente è retto, è più grande di BE.*

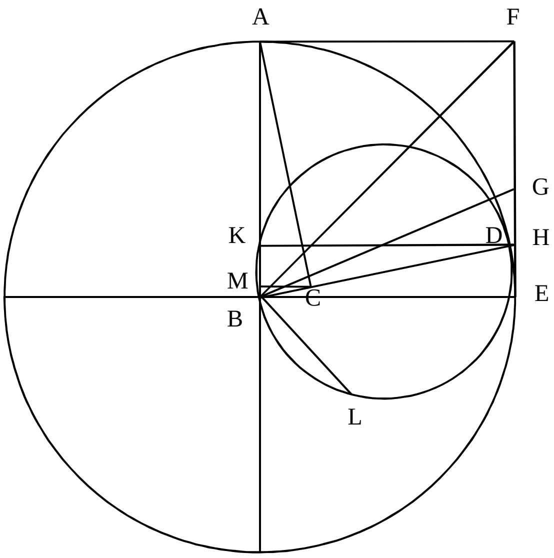
F. Ma come BH sta a BE, così AB sta a BC perché triangoli simili: *si conduca dal punto C, ossia dall'angolo retto del triangolo ABC, la perpendicolare CM alla base; i triangoli BCM ed ACM saranno simili in tutto tra loro, perciò l'angolo BCM, cioè l' angolo HBE è uguale all'angolo BAC e l'angolo retto ACB è uguale a BEH pure retto, dunque il restante ABC è uguale al restante BHE, quindi i triangoli sono simili; dunque come BH sta a HE così, così AB sta a BC.*

G. Ma l'arco BL ha un rapporto maggiore rispetto all'arco BK, di eiam BK maiorem proportionem, quàm recta linea BL ad BK rectam.] *Ex demonſtratis à Ptolemęo in principio magnę conſtructionis.*



Eſt autem ipſius BL dupla BD] *Ex corollario quintę decimę quarti libri elementorum.* H

Sed ut DB ad BK, ita AB ad BC] *Ob triangulorum DBK ABC ſimilitudinem. Rurſus enim angulus MCB, hoc eſt BDK eſt aequalis angulo BAC, rectuſq; DKB recto AC B, & reliquus reliquo aequalis.* K quello tra la retta BL e la retta BK: *dalle dimostrazioni di Tolomeo all'inizio del Liber Magnae Costructionis.*



H. Invece il tratto BD è doppio del tratto BL: *dal corollario della quindicesima proposizione del quarto libro degli Elementi.*

K. Ma come DB sta a BK, così AB sta a BC: *per la similitudine dei triangoli BDK e ABC; di nuovo infatti l'angolo MCB, cioè BDK è uguale all'angolo BAC e l'angolo retto BKD all'angolo retto ACB ed anche il restante sarà uguale al restante.*

NOTE

---

[1] *Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi in artem Geometrie incipit quá foelicissime.Venetijs Erhardus Ratdolt. 1482.*

[2] *Euclide megarense philosopho: solo introduttore delle scientie mathematice diligentemente rassettato, et alla integrità ridotto per il degno professore di tal scientie Nicolo Tartalea, brisciano, secondo le due tradottioni e per comune commodo & utilita di latino in volgar tradotto Stampato in Vinegia MDXLIII.*

[3] *Archimedis Syracusani Philosophi ac geometrae excellentissimi Opera, quae quidem, omnia, multis iam seculis desiderata, atque à quam paucisimis hactenus visa, nunque primum et graece et latinae in lucem edita.*

[4] Cfr. Umberto Bottazzini. *Antichi paradigmi e nuovi metodi geometrici.* In: *Storia della scienza moderna e contemporanea.* Vol. primo. *Dalla rivoluzione scientifica all'età dei lumi.* Tomo primo. TEA 2000.

[5] Cfr. Guido Castelnuovo: *Le origini del calcolo infinitesimale nell'era moderna.* Feltrinelli 1962.

Enrico Ruffini: *Il "Metodo" di Archimede e le origini del calcolo infinitesimale nell'antichità*. Feltrinelli 1961.

[6] "Indichiamo col termine di centro di gravità, quel punto particolare posto all'interno di ciascun corpo, per il quale se si immagina con la mente che il grave sia sospeso, rimane fermo mentre viene spostato e conserva anche la posizione che aveva all'inizio: né ruota durante lo spostamento"

[7] In apertura del libro vi è il seguente avviso: "Admonendus es mihi, candide lector, auctorem hunc, quem tibi exibemus, Euclide usum in arabicam linguam converso, quem postea Campanus latinum fecit. Hoc dictum volui, ne in perquirendis propositionibus, quos ipse citat, quandoque te frustra excruciares.Vale."

"Io ho da avvertirti, o lettore, che l'autore il quale ora ti presentiamo, si è servito dell'Euclide tradotto nella lingua arabica, fatta poi latino dal Campano. E tanto ho voluto dirti a fine che nel cercar le proposizioni citate da lui, non t'affanni alle volte indarno. Sta sano."

[8] Per una approfondimento sui manoscritti in greco che ci hanno tramandato l'opera di Aristarco si può consultare l'opera di Thomas Heath, quella di John Wallis e quella di Fortia d' Urban. (note 11,13,22)

[9] E'una misura angolare ottenuta determinando l'angolo compreso tra i segmenti terra-luna e terra-sole allorchè l'angolo luna-terra e luna-sole è retto.

---

[10] Il ricalcolo della distanza terra-sole utilizzando il metodo di Aristarco, ma con l'elongazione lunare di 89°51' è mostrato alla nota 40.

[11] Thomas L.Heath: *Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus; a history of Greek astronomy to Aristarchus together with Aristarchus's treatise on the sizes and distances of the sun and moon a new greek text with translation and notes.* Oxford at the Clarendon Press, 1913.

[12] Cfr. Lucio Russo*: La rivoluzione dimenticata* § 2.8. Feltrinelli, 2008

[13] Il passo è stato preso da: *Archimedis Syracusani Arenarius et Dimensio Circuli. Eutocii Ascalonitae in hanc Commentarius Cum versione & notis Joh. Wallis,SS.TH.D. Geometriae Professoris Saviliani Oxonii E Theatro Sheldoniano 1676* (Traduzione latina del testo greco a fronte). Il passo presenta qualche difficoltà interpretativa; per un approfondimento vedere Heath Thomas L. *Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus* Oxford Clarendon press, 1913 p. 301 e seg.

[14] v.n 11.

[15] *Ad Sanctissimum Dominum Paulum III Pontificem Maximum Nicolai Copernici Praefatio in Libros Reuolutionum:… Cum igitur haec mecum perpenderem, contemptus, 1qui mihi propter novitatem et absurditatem opinionis metuendus erat, propemodum impulerat me, ut institutum opus prorsus intermitterem. "Mentre stavo ponderando fra me queste cose, lo scherno, che avrei dovuto temere per la novità e la sconvenienza di questa mia opinione, quasi mi spinse ad abbandonare del tutto l'opera che mi ero proposta". Nicolai Copernici Torinensis De Rivolutionibus Orbium Coelestium, libri VI Norimbergae apud Ioh. Petreium, Anno MD XLIII*

[16] Per un approfondimento sull'argomento v.n. 12 e Pierre Duhem, *Salvare i fenomeni* edizione italiana a cura di Francesco Bottin. Borla 1986

[17] Prima legge di Keplero: "sequenti capite, ubi simul etiam demonstrabitur, nullam Planetæ relinqui figuram Orbitæ, praeterquam perfecte ellipticam; conspirantibus rationibus. a principiis Physicis, derivatis, cum experientia obserrvationum et hypotheseos vicariae hoc capite allegata*"*.
La seconda legge di Keplero dice che il raggio vettore che unisce il centro del Sole con il centro di un pianeta descrive aree uguali in tempi uguali.

[18] *Regula I: causas rerum naturalium non plures admitti debere, quam quae et verae sint et earum phaenomenis explicandis sufficiant. Dicunt utique philosophi: Natura nihil agit frustra, & frustra sit per plura quod fieri potest per pauciora. Natura enim simplex est & rerum causis superfluis non luxuriat.*

---

[19] La notazione greca è presa da Heath (v. n.11), in Fortia D’Urban (v.n. 22) gli stessi numeri sono indicati così: ρκε`θ,ψιβ´=1259712, `ζθ,φζ´=79507. Commandino non dice da quali fonti manoscritte ha tradotto il testo.

[20] De Arenae Numero o Arenarius.

[21] La sfera nella quale la luna si muove

[22] Fortia D’Urban traduce così: Lorsque la lune nous parait *dikhotome* (coupée en deux portions égales), elle offre à nos regards son grand cercle, qui détermine la partie éclairée et la partie obscure de cet astre. Tuttavia ci sembra evidente che per circulum maximum si debba intendere la figura piana e non il suo perimetro, quindi è il piano del circolo massimo che passa per il nostro punto di vista. Commandino infatti distingue circulus da circumferentia.
Fortia D’Urban: *Traité d’Aristarque de Samos, sur les grandeurs et les distances du soleil et de la lune et fragment de Héron de Bisance sur le mesures.* Paris, Firmin Didot. 1823.

[23] Ombra della terra**.**

[24] V.n. 23

[25] 2°

[26] V.n. 23

[27] Nel libro *Pappi Alexandrini Mathematicae Collectiones a Federico Commandino in Latinum Conversae et Commentariis Illustratae. Bononiae ex Typographia H.H.de Ducijs MDCLX* è riportato 0.40.40

[28] Liber Magnae Constructionis o Syntaxis Cap. 14 e 16

[29] 0°17’33”

[30] 0°5’30”

[31] Nel libro della nota 27 è correttamente riportato: *diametri autem terrae quintupla, et adhuc dimidio maior.* “diameter” è un errore evidente.

[32] Non si fa distinzione nel testo tra linea retta e segmenti di essa.

[33] Sul prolungamento di AB.

[34] Se A:B=C:D allora (A+B):B=(C+D):D

[35] *De iis quae vehuntur in aqua libri duo*: Trattato sui corpi galleggianti.

[36] Nel testo *B* (evidente errore)

[37] Nel testo *DO* (evidente errore)

[38] Intendi: al di sotto della sfera del sole o, se si preferisce, ha un’orbita contenuta all’interno di quella del sole.

---

[39] Se proviamo a ripetere il ragionamento di Aristarco ponendo come ipotesi che l'elongazione lunare in quadratura non sia di 87° bensì di 89°51' (ossia di 5391'), la distanza del sole dalla terra risulta compresa tra 360 e 400 volte la distanza della luna dalla terra. Questo risultato è vicino a quello medio attualmente accettato.

Esempio

4. Ipotesi

Quando la luna ci appare divisa a metà allora essa è distante dal sole un quadrante meno la sua seicentesima parte (9'), cioè dista 5391 parti, queste in effetti differiscono di nove parti, che sono la seicentesima parte di 5400, da 5400 parti di quadrante.

PROPOSIZIONE VII

La distanza che separa il sole dalla terra è maggiore di trecentosessanta volte, ma anche minore di quattrocento volte della distanza che separa la luna dalla terra.

Sia il centro del sole in A, mentre quello della terra sia in B, congiunto poi A con B si prolunghi; sia poi C il centro della luna in posizione dimezzata e si faccia passare un piano sia per AB che per C che tagli la sfera sulla quale si muove il centro solare, secondo il circolo massimo ADE, si congiunga anche A con C e C con B e si prolunghi, BC in D, l'angolo ACB sarà senza dubbio retto, per il fatto che C è il centro della luna dimezzata; si conduca dal punto B il tratto BE con angoli retti proprio ad BA, dunque l'arco ED sarà la seicentesima parte dell'arco EDA; si è infatti supposto che quando la luna ci appare dimezzata, essa disti dal sole di un quadrante meno la sua seicentesima parte, perciò anche l'angolo EBC è la seicentesima parte di un angolo retto. Si completi il parallelogramma AE e si congiunga anche B con F, l'angolo FBE sarà la metà di un angolo retto, Si divida FBE in due parti con la retta BG, allora l'angolo GBE è la quarta parte di un angolo retto, ma DBE è la seicentesima parte di un angolo retto, dunque la proporzione dell'angolo GBE rispetto all'angolo DBE è di 15 a 1/10; se infatti dividiamo l'angolo retto in 60 parti allora l'angolo GBE è di quindici di quelle parti, mentre l'angolo DBE è di 1/10. E poiché GE

---

rispetto ad EH ha un rapporto maggiore di quello dell'angolo GBE rispetto all'angolo DBE, si avrà che GE ha un rapporto maggiore rispetto a EH di 15 a 1/10; ma è anche vero che BE è uguale a EF, e l'angolo in E è retto; dunque il quadrato su FB è doppio del quadrato su BE. Ma come il quadrato su FB sta al quadrato su BE, così il quadrato su FG sta al quadrato su GE; dunque il quadrato su FG sarà doppio rispetto al quadrato su GE. Ma 49 è minore del doppio di 25 dunque il quadrato su FG ha, rispetto al quadrato su GE, un rapporto maggiore di 49 a 25 e perciò proprio FG ha rispetto a GE un rapporto maggiore di 7 a 5; ma, componendo, FE ha rispetto ad EG un rapporto maggiore di 12 a 5 cioè di 36 a 15, allora è dimostrato che anche GE ha rispetto ad EH un rapporto maggiore di 15 a 1/10; dunque per diretta proporzionalità, FE avrà rispetto ad EH un rapporto maggiore di 36 a 1/10, cioè 360 a 1, ma anche per questo FE è più grande di 360 volte EH; FE poi è uguale ad EB, perciò anche BE è maggiore di 360 volte EH, dunque BH sarà molto maggiore di trecentosessanta volte HE; ma come BH sta a HE, così AB sta a BC perché triangoli simili; perciò anche AB è più grande di BC di 360 volte; ma AB è la distanza che separa il sole dalla terra, mentre CB è la distanza che separa la luna dalla terra, la distanza dunque del sole dalla terra è maggiore della distanza della luna dalla terra di 360 volte. Dico anche che è minore di 400 volte. Si conduca infatti attraverso B DK parallela ad EB, si descriva anche il cerchio DKB attorno al triangolo DKB, DB sarà il suo diametro perché l'angolo in K è retto; e si costruisca BL lato di un esagono. Poiché dunque l'angolo DBE è la seicentesima parte di un angolo retto allora l'arco BK è la 1200 parte dell'intero cerchio, quindi anche BL è la sesta parte dell'intero cerchio dunque BL sarà 200 volte l'arco BK, ma l'arco BL ha un rapporto rispetto all'arco BK, maggiore di quello della retta BL rispetto alla retta BK, dunque la retta BL è minore della linea BK duecentuplicata; invece il tratto BD è doppio del tratto BL; perciò BD sarà minore di venti volte BK; ma come DB sta a BK, così AB sta a BC. Dunque anche AB sarà minore di 400 volte BC; AB però è la distanza del sole dalla terra, mentre BC è la distanza della luna dalla terra; la distanza dunque del sole dalla terra è inferiore a 400 volte la distanza della luna dalla terra, si è invece dimostrato essere maggiore di 360 volte questa distanza come bisognava dimostrare.

[40] Il teorema di Pitagora dimostra che il quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti. Nel caso del triangolo FEB i cateti sono eguali, di conseguenza se si assegna ai cateti la misura di 5 il quadrato sull'ipotenusa è 50 ma il numero 49, che lo precede, ha come radice quadrata 7. Questo consente di esprimere in maniera approssimata

---

la radice di 2 (50 =25x2, $\sqrt{50} = \sqrt{25x2} = 5\sqrt{2}$, ma $\sqrt{50} \sim 7$ quindi $7 \sim 5\sqrt{2}$, quindi $\frac{7}{5} \sim \sqrt{2}$).

[41] Quanto dimostrato dal Commandino si può esprimere con la nota proposizione: (*ABC*>*DBC*<90°)